Correction examen du baccalauréat section Sc Expérimentales session contrôle 2024

Une correction possible proposée par Kooli Mohamed Hechmi

Exercice 1

1) $(E): z^2-(1+i)(\sqrt{3}-i)z+2\sqrt{3}=0$

a) $(1+i)^2(\sqrt{3}+i)^2=2i(3+2i\sqrt{3}-1)=2i(2+2i\sqrt{3})=-4\sqrt{3}+4i$

b) $\Delta=[(1+i)(\sqrt{3}-i)]^2-8\sqrt{3}=(1+i)^2(\sqrt{3}-i)^2-8\sqrt{3}=2i(2-2i\sqrt{3})-8\sqrt{3}$

$=4i+4\sqrt{3}-8\sqrt{3}=-4\sqrt{3}+4i=(1+i)^2(\sqrt{3}+i)^2=[(1+i)(\sqrt{3}+i)]^2$

donc une racine carrée de Δ est $\delta=(1+i)(\sqrt{3}+i)$

$$z_1=\frac{(1+i)(\sqrt{3}-i)-(1+i)(\sqrt{3}+i)}{2}=\frac{(1+i)(\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i)}{2}=\frac{-2i(1+i)}{2}=1-i$$

$$z_2=\frac{(1+i)(\sqrt{3}-i)+(1+i)(\sqrt{3}+i)}{2}=\frac{(1+i)(\sqrt{3}-i+\sqrt{3}+i)}{2}=\frac{2\sqrt{3}(1+i)}{2}=\sqrt{3}+i\sqrt{3}$$

$S_{\mathbb{C}}=\{1-i\ ;\ \sqrt{3}+i\sqrt{3}\}$

2) $z_A=1-i$; $z_B=i\sqrt{3}z_A$; $z_C=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

a) $z_A=1-i=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right)++i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

b) $z_A+z_B=z_A+i\sqrt{3}z_A=z_A(1+i\sqrt{3})=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}\times 2e^{i\frac{\pi}{3}}=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}e^{-i\frac{\pi}{4}}=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}=z_C$

ainsi $z_A+z_B=z_C$

3) **On a :** $z_A+z_B=z_C \Leftrightarrow z_{\overrightarrow{OA}}+z_{\overrightarrow{OB}}=z_{\overrightarrow{OC}} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$

$\Leftrightarrow$ $OACB$ **est un parallélogramme (1)**

$$\frac{z_{\overrightarrow{OB}}}{z_{\overrightarrow{OA}}}=\frac{z_B}{z_A}=\frac{i\sqrt{3}z_A}{z_A}=i\sqrt{3}\in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}\perp\overrightarrow{OA} \quad (2)$$

de (1) et (2) $OACB$ **est un rectangle.** http://mathematiques.kooli.me/

4) a) **On a :** I **centre de** $OACB$ **donc** I **le milieu du segment** $[OC]$ $\Leftrightarrow z_I=\frac{z_O+z_C}{2}=\frac{z_C}{2}=\frac{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}}{2}=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

b) **On a :** $OA=|z_A|=\sqrt{2}$; $OI=|z_I|=\sqrt{2}$ **donc** $OI=OA$ **(1)**

$OACB$ **est un rectangle donc le triangle** OAC **est rectangle en** A **et** I **milieu du segment** $[OC]$ **donc**

$OI = IC = AI \quad (2)$

de (1) et (2) on a : $OI = OA = AI$ ainsi **le triangle OAI est équilatéral.**

c) On a : G centre de gravité du triangle $OAI \Leftrightarrow \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GA} = \vec{0} \Leftrightarrow z_{\overrightarrow{GO}} + z_{\overrightarrow{GI}} + z_{\overrightarrow{GA}} = 0 \Leftrightarrow$

$-z_G + z_I - z_G + z_A - z_G = 0 \Leftrightarrow 3z_G = z_I + z_A \Leftrightarrow \boxed{z_G = \frac{1}{3}(z_I + z_A)}$

On a : $z_G = \frac{1}{3}(z_I + z_A) = \frac{1}{3}\left(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}} + \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)$

d) On a : $e^{i\frac{\pi}{12}}\left(e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) = e^{i\frac{\pi}{12}} \times e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{i\frac{\pi}{12}} \times e^{-i\frac{\pi}{4}} = e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{-i\frac{\pi}{6}} = 2\cos\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

e) On a : $z_G = \frac{\sqrt{2}}{3}\left(e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) \Leftrightarrow z_G e^{i\frac{\pi}{12}} = \frac{\sqrt{2}}{3}e^{i\frac{\pi}{12}}\left(e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) \Leftrightarrow z_G e^{i\frac{\pi}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow z_G = \frac{\sqrt{6}}{3}e^{-i\frac{\pi}{12}}$

Exercice 2

$A(1,1,1)$; $B(2,-3,-2)$; $C(3,3,0)$; $I(3,0,3)$

1) a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-4\\-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}-4 & 2\\-3 & -1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}1 & 2\\-3 & -1\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}1 & 2\\-4 & 2\end{vmatrix}\end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}10\\-5\\10\end{pmatrix} \neq \vec{0}$$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc , B et C ne sont pas alignés

ainsi **A, B et C déterminent un plan P.**

b) On a : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}10\\-5\\10\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P, posons $\vec{N} = \frac{1}{5}(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$ donc $\vec{N}\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P donc $P : 2x - y + 2z + d = 0$ or $A \in P$ donc $2 - 1 + 2 + d = 0$

donc $d = -3$ ainsi **$P : 2x - y + 2z - 3 = 0$**

c) On a : $I(3,0,3)$ et $P : 2x - y + 2z - 3 = 0$

on a : : $2 \times 3 - 0 + 2 \times 3 - 3 = 12 - 3 = 9 \neq 0$ **donc I n'appartient pas au plan P**

2) a) $M(x,y,z) \in (S) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 + z^2 - 6z - 7 = 0 \Leftrightarrow$

$(x-3)^2 - 9 + y^2 + (z-3)^2 - 9 - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25 > 0$

donc **S est une sphere de centre $I(3,0,3)$ et de rayon $R = 5$**

b) On a : $d(I,P) = \frac{|6+6-3|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{9}{3} = 3 < 5$

donc P coupe (S) suivant le cercle $(\mathcal{C})$ de rayon

$r = \sqrt{R^2 - (d(I,P))^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$ ainsi $r = 4$

On a $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{N}$ donc $(AI) \perp P$ et $A \in P$ par suite A est le centre du cercle $(\mathcal{C})$.

3) a) Posons $H(x\,,y\,,z)$; on a I milieu du segment $[AH]$

donc $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_H}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_H}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_H}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_H = 2x_I - x_A \\ y_H = 2y_I - y_A \\ z_H = 2z_I - z_A \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_H = 6 - 1 = 5 \\ y_H = 0 - 1 = -1 \\ z_H = 6 - 1 = 5 \end{cases}$

ainsi $H(5\,,-1\,,5)$

b) On a $\overrightarrow{IH}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $IH = \sqrt{4+1+4} = \sqrt{9} = 3$

donc H appartient à la sphère (S') de centre I et de rayon 3

c) On a : Q est tangent à (S') en H donc $\overrightarrow{IH}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à Q or $\overrightarrow{IH} = \overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AI}$ est un vecteur normal à P ainsi P et Q sont parallèles

d) On a : On a : $d(I,Q) = IH = IA = d(I,P) = 3 < 5$

donc Q coupe (S') suivant un cerle $(\mathcal{C}')$ de rayon $r' = \sqrt{25-9} = 4$

Exercice 3

$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = (2 - U_n)e^{-U_n} + U_n \end{cases}$; $n \in \mathbb{N}$

1) a) pour tout $n \in \mathbb{N}$; on a :

$(1 - e^{-U_n})(U_n - 2) = U_n - 2 - e^{-U_n}(U_n - 2) = (2 - U_n)e^{-U_n} + U_n - 2 = U_{n+1} - 2$

ainsi $U_{n+1} - 2 = (1 - e^{-U_n})(U_n - 2)$ http://mathematiques.kooli.me/

b) pour $n = 0$ on a $U_0 = 1$ donc $0 < U_0 < 2$ vrai

Soit $\in \mathbb{N}$, supposons que $0 < U_n < 2$ et montrons que $0 < U_{n+1} < 2$

On a : $U_{n+1} = (2 - U_n)e^{-U_n} + U_n > 0$ car $U_n > 0$; $e^{-U_n} > 0$ et $2 - U_n > 0$ (1)

On a : $U_{n+1} - 2 = (1 - e^{-U_n})(U_n - 2) < 0$ car $U_n - 2 < 0$ et $1 - e^{-U_n} > 0$ (2)

de (1) et (2) on a : $0 < U_{n+1} < 2$

conclusion pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < U_n < 2$

c) pour tout $n \in \mathbb{N}$; on a : $U_{n+1} - U_n = (2 - U_n)e^{-U_n}$ or $0 < U_n < 2 \Rightarrow -2 < -U_n < 0 \Rightarrow$

$0 < 2 - U_n < 2 \Rightarrow 2 - U_n > 0$ et $e^{-U_n} > 0$ donc $(2 - U_n)e^{-U_n} > 0$ donc $U_{n+1} - U_n > 0$

donc $U_{n+1} > U_n$ ainsi la suite (U_n) est croissante et comme (U_n) est majorée par 2

donc la suite (U_n) est convergente.

2) $\alpha = 1 - e^{-2}$

a) On a : $0 < U_n < 2 \Rightarrow -2 < -U_n < 0 \Rightarrow e^{-2} < e^{-U_n} < 1 \Rightarrow -1 < -e^{-U_n} < -e^{-2} \Rightarrow$

$0 < 1 - e^{-U_n} < 1 - e^{-2}$ ainsi $0 < 1 - e^{-U_n} < \alpha$

b) On a : $U_{n+1} - 2 = (1 - e^{-U_n})(U_n - 2) \Rightarrow |U_{n+1} - 2| = |1 - e^{-U_n}||U_n - 2|$

or $0 < 1 - e^{-U_n} < \alpha$ alors $|U_{n+1} - 2| < \alpha|U_n - 2|$

c) pour $n = 0$ on a $|U_0 - 2| = 1 \leq \alpha^0 = 1$ vrai

Soit $n \in \mathbb{N}$ supposons que $|U_n - 2| \leq \alpha^n$ et montrons que $|U_{n+1} - 2| \leq \alpha^{n+1}$

$|U_n - 2| \leq \alpha^n \Rightarrow \alpha|U_n - 2| \leq \alpha^{n+1}$ or $|U_{n+1} - 2| < \alpha|U_n - 2|$ donc $|U_{n+1} - 2| \leq \alpha^{n+1}$

conclusion pour tout $\in \mathbb{N}$, $|U_n - 2| \leq \alpha^n$

d) pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $|U_n - 2| \leq \alpha^n$

or $\alpha = 1 - e^{-2} \Rightarrow -1 < \alpha < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \alpha^n = 0$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n - 2 = 0$

ainsi $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2$

3) $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} U_k$; $n \in \mathbb{N}$

a) pour tout $k \in \mathbb{N}$ on a : $|U_k - 2| \leq \alpha^k \Rightarrow -\alpha^k \leq U_k - 2 \leq \alpha^k \Rightarrow 2 - \alpha^k \leq U_k \leq 2 + \alpha^k \Rightarrow$

b) pour tout $k \in \mathbb{N}$ on a : $2 - \alpha^k \leq U_k \leq 2 + \alpha^k \Rightarrow$

$$\sum_{k=0}^{n}(2 - \alpha^k) \leq \sum_{k=0}^{n} U_k \leq \sum_{k=0}^{n}(2 + \alpha^k) \Rightarrow \sum_{k=0}^{n} 2 - \sum_{k=0}^{n} \alpha^k \leq S_n \leq \sum_{k=0}^{n} 2 + \sum_{k=0}^{n} \alpha^k$$

$$\sum_{k=0}^{n} 2 = \overbrace{2 + 2 + 2 + \cdots + 2}^{n+1 \text{ fois}} = 2(n+1)$$

$$\sum_{k=0}^{n} \alpha^k = \alpha^0 + \alpha^1 + \alpha^1 + \cdots + \alpha^n = 1 + \alpha^1 + \alpha^1 + \cdots + \alpha^n$$

or $1 + \alpha^1 + \alpha^1 + \cdots + \alpha^n$ est la somme des $(n+1)$ premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\alpha \neq 1$ donc

$$\alpha^0+\alpha^1+\alpha^1+\cdots+\alpha^n=1\times\left(\frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}\right)\quad \text{ainsi}\quad \sum_{k=0}^{n}\alpha^k=\frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$$

ainsi pour tout $n\in\mathbb{N}$ on a : $2(n+1)-\dfrac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}\le S_n\le 2(n+1)+\dfrac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$

c) pour tout $n\in\mathbb{N}$ on a : $2(n+1)-\frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}\le S_n\le 2(n+1)+\frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$ ⇨

$$\frac{2(n+1)}{n}-\frac{1}{n}\times\frac{1-\alpha^{n+1}}{(1-\alpha)}\le\frac{S_n}{n}\le\frac{2(n+1)}{n}+\frac{1}{n}\times\frac{1-\alpha^{n+1}}{(1-\alpha)}$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n+1}{n}=\lim_{n\to+\infty}1+\frac{1}{n}=1\quad \text{donc}\quad \lim_{n\to+\infty}\frac{2(n+1)}{n}=2$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\times\frac{1-\alpha^{n+1}}{(1-\alpha)}=0$$

donc $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{2(n+1)}{n}-\frac{1}{n}\times\frac{1-\alpha^{n+1}}{(1-\alpha)}=2$ **et** $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{2(n+1)}{n}+\frac{1}{n}\times\frac{1-\alpha^{n+1}}{(1-\alpha)}=2$

ainsi $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n}=2$

Exercice 4

$$f(x)=\frac{2x-1}{x^2}+\ln x\quad ;\quad x\in\,]0,+\infty[$$

1) a) $\displaystyle\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\overbrace{\frac{\overbrace{2x-1}^{-1}}{\underbrace{x^2}_{0^+}}}^{-\infty}+\overbrace{\ln x}^{-\infty}=-\infty$

donc la droite d'équation $x=0$ est asymptote verticale à $(\mathcal{C}_f)$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x^2}+\ln x=+\infty$ **car** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0$ **et** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x^3}+\frac{\ln x}{x}=0$$

donc $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{\imath})$ au voisinage de $+\infty$.

2) a) f est dérivble sur $]0,+\infty[$ et pour tout $x\in\,]0,+\infty[$ on a :

$$f'(x)=\frac{2x^2-2x(2x-1)}{x^4}+\frac{1}{x}=\frac{2x-2(2x-1)}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}=\frac{2x-4x+2+x^2}{x^3}=\frac{x^2-2x+2}{x^3}$$

b) pour tout $x\in\,]0,+\infty[$ on a : $f'(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x^3}$

http://mathematiques.kooli.me/

donc $f'(x)$ prend le signe de $x^2 - 2x + 2$ sur $]0\,,+\infty[$

or pour tout $x \in]0\,,+\infty[$ on a : $x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 1 + 1 = (x-1)^2 + 1 > 0$

donc pour tout $x \in]0\,,+\infty[$ on a : $f'(x) > 0$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

c) On a : f est continue et strictement croissante sur $]0\,,+\infty[$ donc f réalise une bijection de $]0\,,+\infty[$ sur $f(]0\,,+\infty[) =]-\infty\,,+\infty[= \mathbb{R}$ or $0 \in \mathbb{R}$ donc $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]0\,,+\infty[$

on a : $f(0,5) \simeq -0,69$; $f(0,6) \simeq 0,04$ on a: $f(0,5) \times f(0,6) < 0$ donc $0,5 < \alpha < 0,6$

3) $f'(1) = 1$ et $f(1) = 1$

$\Delta: y = f'(1)(x-1) + f(1)$; $\Delta: y = x - 1 + 1$ donc $\Delta: y = x$

4) $h(x) = ln(x-1)$; $x \in]1\,,+\infty[$

a) Pour tout $x \in]1\,,+\infty[$; on a : $f(x) - h(x) = \frac{2x-1}{x^2} + lnx - ln(x-1)$

$x > 1 \Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow 2x - 1 > 1 \Rightarrow 2x - 1 > 0$ et $x^2 > 0$ donc $\frac{2x-1}{x^2} > 0$ (1)

pour tout $x \in]1\,,+\infty[$; on a : $x > x - 1 \Rightarrow lnx > ln(x-1) \Rightarrow lnx - ln(x-1) > 0$ (2)

de (1) et (2) on a : $\frac{2x-1}{x^2} + lnx - ln(x-1) > 0$ donc $f(x) - h(x) > 0$

ainsi pour tout $x \in]1\,,+\infty[$; on a : $f(x) > h(x)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - h(x)] = \lim\limits_{x\to+\infty} \left[\frac{2x-1}{x^2} + lnx - ln(x-1)\right] = \lim\limits_{x\to+\infty} \left[\frac{2x-1}{x^2} + ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right]$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-1}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2}{x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{x} = 1$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} ln\left(\frac{x}{x-1}\right) = 0$

ainsi $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - h(x)] = 0$

5) Voir traçage de $(\mathcal{C}_f)$ à la fin de la correction.

6) a) $\int_2^{\lambda} ln\left(\frac{x}{x-1}\right) dx = ?$

posons $U(x) = ln\left(\frac{x}{x-1}\right) = lnx - ln(x-1)$ $\quad U'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{-1}{x(x-1)}$

$V'(x) = 1 \quad V(x) = x$

$$\int_2^{\lambda} ln\left(\frac{x}{x-1}\right) dx = \left[xln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right]_2^{\lambda} - \int_2^{\lambda} \frac{-x}{x(x-1)} dx = \left[xln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right]_2^{\lambda} + \int_2^{\lambda} \frac{1}{x-1} dx$$

$$= \left[x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right]_2^\lambda + [\ln(x-1)]_2^\lambda$$

$$= \lambda\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right) - 2\ln2 + \ln(\lambda-1)$$

$$= \lambda\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right) + \ln(\lambda-1) - 2\ln2$$

b) $A(\lambda) = \int_2^\lambda |f(x)-h(x)|\,dx = \int_2^\lambda [f(x)-h(x)]\ dx$ car $f(x) > h(x)$

$$= \int_2^\lambda \left[\frac{2x-1}{x^2} + \ln x - \ln(x-1)\right] dx = \int_2^\lambda \left[\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)\right] dx$$

$$= \int_2^\lambda \frac{2}{x}dx - \int_2^\lambda \frac{1}{x^2}dx + \int_2^\lambda \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) dx$$

$$= [2\ln x]_2^\lambda + \left[\frac{1}{x}\right]_2^\lambda + \lambda\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right) + \ln(\lambda-1) - 2\ln2$$

$$= 2\ln\lambda - 2\ln2 + \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2} - \lambda\ln\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right) + \ln(\lambda-1) - 2\ln2 \quad car \quad \ln\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right) = -\ln\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right)$$

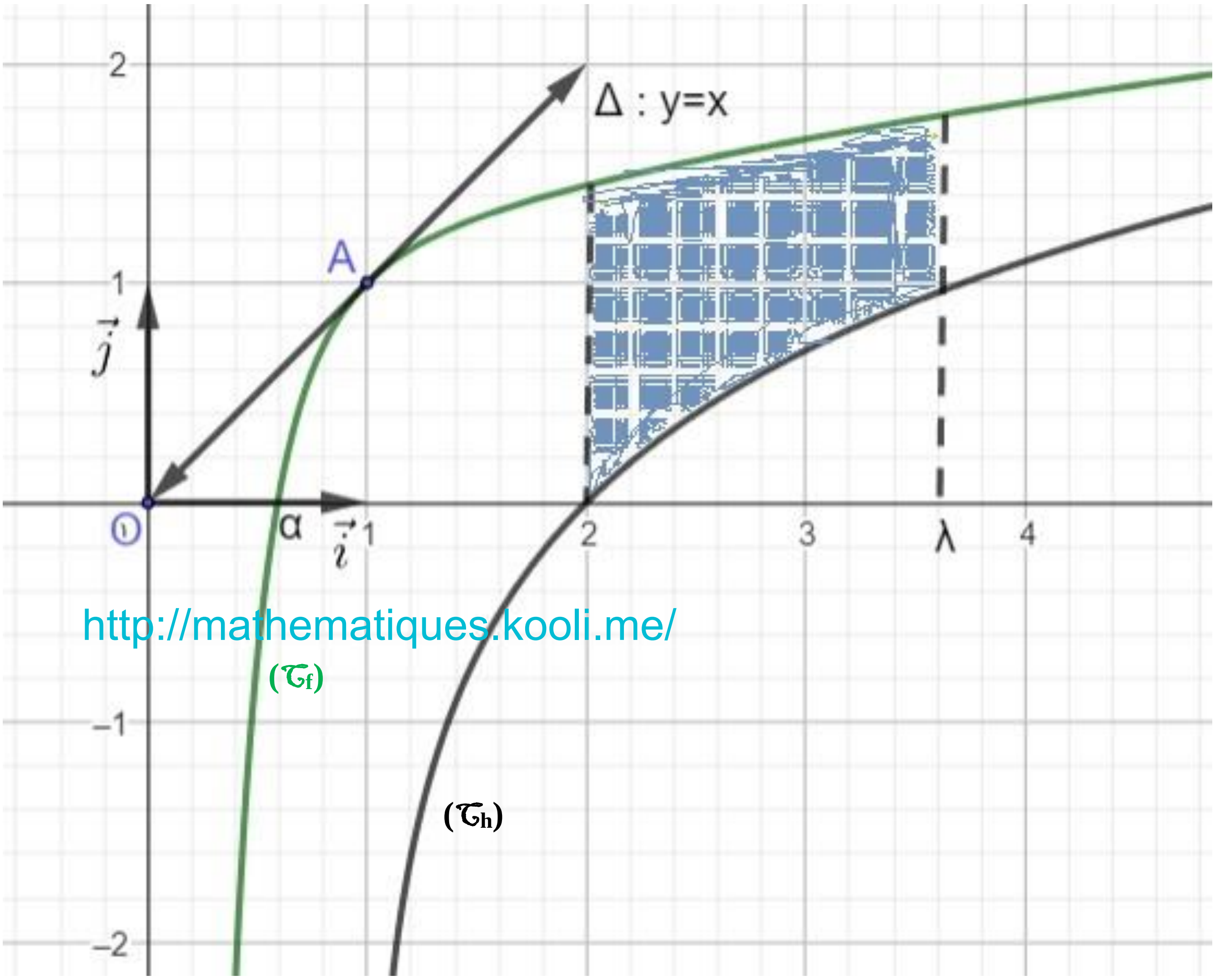
$$= \frac{1}{\lambda} + 2\ln\lambda + \ln(\lambda-1) - \lambda\ln\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right) - 4\ln2 - \frac{1}{2}$$

c) $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \lambda\ln\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right) = \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \lambda\ln\left(1-\frac{1}{\lambda}\right) = \lim\limits_{\lambda\to+\infty} -\frac{\ln\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)}{\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)-1}$

$\lim\limits_{\lambda\to+\infty} 1-\frac{1}{\lambda} = 1$ *et* $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1} = 1$ donc $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} -\frac{\ln\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)}{\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)-1} = -1$ donc $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \lambda\ln\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right) = -1$

$$\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda) = \lim_{\lambda\to+\infty}\left[\overbrace{\frac{1}{\lambda}}^{0} + \overbrace{2\ln\lambda}^{+\infty} + \overbrace{\ln(\lambda-1)}^{+\infty} \overbrace{-\lambda\ln\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right)}^{1} - 4\ln2 - \frac{1}{2}\right] = +\infty$$

http://mathematiques.kooli.me/


2
1
−1
−2
Δ : y=x
A
O
α
1
2
3
λ
4
http://mathematiques.kooli.me/
(𝒞f)
(𝒞h)