

**Exercice 1**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :  $x^2 - 81 = 0$  ;  $(2x - 3)^2 - (x - 1)^2 = 0$  ;  $\frac{x-\sqrt{2}}{2} = \frac{1-x\sqrt{2}}{3}$   
 $(x + 1)(5x - 2) = 1 + x$  ;  $\frac{x-1}{3} - \frac{x}{2} + 1 = \frac{2}{3}(x - 1)$  ;  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3$  ;  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$  ;  $|2x + 3| = 1$   
 $(x^2 + 1)(4x^2 - 9) = 0$  ;  $(2x - 1)^2 = 9(x + 2)^2$  ;  $-\frac{5x}{x-2} - 2 = \frac{4}{x-2}$  ;  $\frac{(x-1)^2}{x+2} = \frac{(2x-4)^2}{x+2}$  ;  $\sqrt{2x + 1} = 2\sqrt{3}$   
 $|2x + 3| = |x - 1|$  ;  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = |2x - 1|$  ;  $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} = \frac{2x^2-1}{x^2-x}$  ;  $|4x - 5| = 1\sqrt{2}$  ;  $\sqrt{x^2 + 5} = x + 1$   
 $\frac{x+2}{2x-3} = \frac{x+7}{2x}$  ;  $\sqrt{(2x + 1)^2} = |x - 2|$  ;  $|2x - 3|^2 + 5|2x - 3| = 0$  ;  $\frac{1}{3-|x|} = \frac{3}{2}$

**Exercice 2**

Soit  $x$  un réel, on donne :  $A(x) = 9x^2 - 4 + (3x - 2)(x - 5)$

- 1) a) Factoriser  $A(x)$   
 b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $A(x) = 0$
- 2) Développer et réduire  $A(x)$
- 3) Résoudre alors dans  $\mathbb{R}$   $\frac{12x^2-17x+6}{4x-3} = -3x + 4$

**Exercice 3**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :  $7x - 5 > 3x + 2$  ;  $2x + 3 < 4x - 9$  ;  $(x^2 - 4) > 2(x - 2)$   
 $2(x + 2) < (x - 3)(x + 2)$  ;  $x^2 + 4x + 4 - (x + 2)(3x + 1) \geq 0$  ;  $\frac{x-3}{5} - \frac{x+2}{2} \geq \frac{3x+2}{10}$   
 $|3x - 4| > |2x - 1|$  ;  $x^3 - 27 \leq x^2(x - 3)$  ;  $\frac{4x^2-5x+2}{3x+1} \geq x - 4$  ;  $\frac{(3x+2)^2}{x-3} \leq 4(x - 3)$  ;  $\frac{|2x|+3}{x^2+1} < -4$   
 $|x^2 - 3| \geq 1$  ;  $\sqrt{2x + 3} < 3$  ;  $\sqrt{2x - 5} - \sqrt{3x + 3} \leq 0$

**Exercice 4**

- 1) Vérifier que :  $x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$
- 2) Soit  $A(x) = (x^2 - 7x + 6) - (x - 1)(2x + 3)$
- 3) Factoriser  $A(x)$
- 4) Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $A(x) < 0$

**Exercice 4**

Ecrire les expressions suivantes sous la forme canonique :  $x^2 - 2x - 3$  ;  $4x^2 + 4x - 8$  ;  $9x^2 - 12x + 7$

**Exercice 5**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  ;  $3x^2 - x - 10 = 0$  ;  $\frac{2x}{x+3} = \frac{x-1}{x+2}$   
 $\sqrt{x - 1} = x - 3$  ;  $3x^2 - 4x + 5 = 0$  ;  $2x^2 - 3x + 4 = 0$  ;  $\frac{4}{x^2} + \frac{2}{x} - 2 = 0$   
 $| -x^2 + 2x | = 3$  ;  $x^2 + (1 + \sqrt{5})x + \sqrt{5} = 0$  ;  $2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3 = 0$  ;  $3x^2 + 8x + 5 = 0$   
 $x^2 + 3x + 17 = 0$  ;  $x^2 + 5x - 6 = 0$  ;

**Exercice 6**

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :  $3x^2 + 6x - 9 = 0$  et  $-3x^2 - 8x + 3 = 0$

2) Simplifier alors l'expression  $A = \frac{-3x^2 - 8x + 3}{3x^2 + 6x - 9}$  après avoir déterminé l'ensemble des réels pour lesquels  $A$  a un sens

### Exercice 7

- 1) Résoudre dans  $IR$  l'équation  $T^2 - 9T + 14 = 0$
- 2) En déduire la résolution de l'équation  $x^2 - 9\sqrt{x^2 + 4} + 18 = 0$

### Exercice 8

Résoudre dans  $IR$  les équations suivantes :

$$2x^2 - 5|x| - 7 = 0 \quad \sqrt{x^2 + 8} = 2x + 1 \quad |x^2 - 4x + 5| = \left| \frac{1}{2}x^2 - x - 1 \right|$$

### Exercice 9

- 1) a) Résoudre dans  $IR$  l'équation  $x^2 - 5x + 4 = 0$   
 b) En déduire la résolution l'équation  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
- 2) a) Résoudre dans  $IR$  l'équation  $2x^2 - 5x + 3 = 0$   
 b) En déduire la résolution l'équation  $2x^2 - 5|x| + 3 = 0$
- 3) a) Résoudre dans  $IR$  l'équation  $2x^2 - 3x - 5 = 0$   
 b) En déduire la résolution l'équation  $2\left(\frac{x}{x-3}\right)^2 - \frac{3x}{x-3} - 5 = 0$
- 4) a) Résoudre dans  $IR$  l'équation  $3x^2 + 2x - 1 = 0$   
 b) En déduire la résolution l'équation  $3x^4 + 2x^2 - 1 = 0$   
 c) Résoudre alors dans  $IR$  l'équation  $3x^2 + 2\sqrt{x} - 1 = 0$

### Exercice 10

- 1) Montrer que l'équation (E):  $2x^2 - 3x - 2 = 0$  admet deux racines distinctes  $x'$  et  $x''$
- 2) Sans calculer  $x'$  et  $x''$  calculer les expressions suivantes

$$A = x' + x'' ; \quad B = x'x'' \quad C = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} \quad D = x'^2 + x''^2$$

### Exercice 11

Soit l'équation (E) :  $x^2 + \alpha x - \sqrt{\beta} = 0$  avec  $\alpha$  un réel et  $\beta$  un réel strictement positif

- 1) Justifier que l'équation (E) admet deux racines distinctes  $x'$  et  $x''$
- 2) Exprimer  $S = x' + x''$  et  $P = x'x''$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$
- 3) Déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  sachant que  $\alpha$  et  $\sqrt{\beta}$  sont les racines de l'équation (E)

### Exercice 12

Résoudre dans  $IR$  les inéquations suivantes

$$4x^2 + 4x + 1 < 0 \quad ; \quad -3x^2 + 2x - 1 > 0 \quad ; \quad x^2 - 5x + 6 \geq 0 \quad ; \quad x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$-2x^2 + 4|x| + 6 > 0 \quad ; \quad 12x + x^4 - 4 - 9x^2 < 0 \quad ; \quad \frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{x}\right)^2 < \frac{2}{x^2} \quad ; \quad |x - 1| > \sqrt{3x^2 - 5x + 2}$$

### Exercice 13

Résoudre dans  $IR^2$  les systèmes suivants

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = -16 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -2 \\ x^2 - xy + y^2 = 13 \end{cases}$$

### Exercice 14

Soient  $a$  et  $b$  deux réels tel que  $a > 0$

On considère l'équation  $(E) : ax^2 + bx - 1 = 0$

1) a) Sans calculer le discriminant  $\Delta$  montrer que l'équation  $(E)$  admet deux racines distinctes  $x'$  et  $x''$  et de signes contraires

b) Déterminer le réel  $b$  pour que l'on ait  $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = 2\sqrt{3}$

2) a) Montrer que  $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

b) Résoudre l'équation  $(E)$  en prenant  $a = \sqrt{2}$  et  $b = \sqrt{3}$

### Exercice 15

On considère l'équation  $(E) : x^2 - (3 - \sqrt{3})x + 2 - 2\sqrt{3} = 0$

1) Sans calculer le discriminant  $\Delta$  justifier l'existence de deux solutions distinctes de  $(E)$

2) a) Vérifier que 2 est une solution de  $(E)$

b) Dédurre l'autre solution de  $(E)$

### Exercice 16

On considère l'équation  $(E_m) : -(m^2 - 1)x^2 + 3x + 1 = 0$  où  $m$  est un paramètre réel

1) Pour quelle(s) valeur(s) de  $m$  l'équation  $(E_m)$  admet elle exactement deux racines distinctes  $x'$  et  $x''$

2) a) Supposons que l'équation  $(E_m)$  admet exactement deux racines distinctes  $x'$  et  $x''$

Chercher  $m$  pour que  $x'$  et  $x''$  soient de même signe

b) Montrer que pour tout  $m \in \mathbb{R}$  on a :  $x' \neq -x''$  (sans calculer  $x'$  et  $x''$ )