Exercice 1 (4 pts)

1) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-1}$

On note C la courbe de f dans un repère orthonormé $(O\,,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,)$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$

Donner une interprétation graphique de ces limites.

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{\sqrt{x}-2}{x^2-3x-4}$

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to4} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

Exercice 2 (6 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+5} - 2x & si\ x \geq 2 \\ f(x) = \dfrac{x^3-x-6}{x-2} & si\ x < 2 \end{cases}$

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) a) Eudier la continuité de f à droite en 2

b) Pour tout réel $x \neq 2$, développer $(x-2)(x^2+2x+3)$. Eudier alors la continuité de f à gauche en 2.

c) La fonction f est-elle continue en 2 ?

3) Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,,2[$ et $]2\,,+\infty[$.

Exercice 3 (4 pts)

On considère dans le plan orienté un carré $ABCD$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

1) Soit E le point tel que $CD = CE$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{CD}\,,\overrightarrow{CE}}\right) \equiv \frac{10\pi}{3}\ [2\pi]$. Donner la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CD}\,,\overrightarrow{CE}\right)$ puis construire le point E.

2) Trouver la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DC}\,,\overrightarrow{DE}\right)$.

3) La perpendiculaire à (DE) en D coupe la médiatrice de $[CD]$ en F.

a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{CD}\,,\overrightarrow{CF}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

b) Montrer que les trois points F, C et E sont alignés.

4) Soit I le milieu de $[AB]$, montrer que $[FA)$ est la bissectrice du secteur $[FD\,,FI]$.

Exercice 4 (6 pts)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$, $AB = 3$ et $AC = 5$ (l'unité est le).

On note $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC et O son centre. La médiatrice de $[BC]$ coupe $\mathcal{C}$ en I et J tel que I et A soient sur le même arc $\overset{\frown}{BC}$ du cercle $\mathcal{C}$.

1) a) Faire une figure.

   b) Calculer BC.

2) a) Montrer que le triangle IBC est équilatéral.

   b) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés $\left(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{JB}\right)$, $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CJ}\right)$.

3) Déterminer et construire chacun des ensembles suivants :

$$E_1 = \left\{M \in P\ tel\ que\ \left(\widehat{\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{25\pi}{4}\,[2\pi]\right\}$$

$$E_2 = \left\{M \in P\ tel\ que\ \left(\widehat{\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]\right\}$$

4) Déterminer $E_3 = \left\{M \in P\ tel\ que\ \left(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}}\right)[2\pi]\right\}$

Fin ☺