Lycée 2 Mars Ksar Hellal — Devoir de contrôle n° 1 — $3^{ème}$ M

Prof : Mr Massoud — Durée : 2 h — 08/09

Exercice 1

Soit un triangle ABC tel que $AB=2$, $AC=6$ et $\widehat{BAC}=\frac{2\pi}{3}$.

1) a) Montrer que $BC^2=AB^2+AC^2-2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire BC.

2) Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).

Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$ et en déduire AH puis CH

3) Soit I le milieu du segment $[BC]$.

.Montrer que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AI}^2-\overrightarrow{IB}^2$ et en déduire AI.

4) Soit J le milieu du segment $[AI]$.

a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})=2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}$.

et en déduire que $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})=2(\overrightarrow{MJ}^2-\overrightarrow{AJ}^2)$.

b) En déduire l'ensemble (E) des points M du plan tel que $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})=1$.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} & \text{si } x\neq 0\\[2mm] \dfrac{1}{2} & \text{si } x=0\end{cases}$

1) Montrer que f est continue sur IR^*.

2) a) Montrer que $\forall x\in IR^*$, $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+1}$.

b) Etudier la continuité de f en 0.

3) Montrer que f est paire.

4) Montrer que $\forall x\in IR^*$, $0<f(x)\leq\frac{1}{2}$ et en déduire que f est bornée sur IR^*.

Exercice 3

Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

et (C) sa courbe représentative dans repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1) Préciser le domaine D de définition de g..

2) Justifier la continuité de g sur D.

3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$, $\lim\limits_{x\to1^+}g(x)$, $\lim\limits_{x\to1^-}g(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$.

b) Préciser les asymptotes à la courbe (C).

4) Soit h la fonction définie par $h(x)=\dfrac{2|x|+1}{|x|-1}$.

a) Préciser le domaine de définition de h.

b) Justifier la continuité de h sur son domaine de définition.