

Dans tous les exercices l'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Exercice 1

On considère les points $A(-1, -1, 3)$, $B(2, 1, 0)$, $C(1, 1, -3)$ et $D(1, 2, -1)$

- 1) a) Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD}
b) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés
- 2) a) Déterminer les coordonnées du point $E = A * B$
b) Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC
- 3) a) Montrer que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires
b) Déterminer les coordonnées des points I , J et K tel que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AC}$
- 4) Soit le point $M(x, y, z)$, montrer que si A , B , C et M sont coplanaires alors $3x - 6y - z = 0$

Exercice 2

On donne les points $A(1, 1, -1)$, $B(1, -1, 2)$, $C(3, 1, -1)$ et $D(2, 1, 1)$

- 1) a) Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD}
b) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés
- 2) a) Calculer $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$
b) Que peut-on conclure ?
- 3) Déterminer les coordonnées du point I tel que $2\overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

Exercice 3

Dans chacun des cas dire si les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires ou non

- 1) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 2) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 3) $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4

on considère les points $A(2, 1, 0)$, $B(0, 1, 1)$, $C(0, 3, 2)$ et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- 1) Démontrer que les points A , B et C ne sont pas alignés
- 2) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \vec{u} ne sont pas coplanaires.
- 3) Déterminer les coordonnées du point O dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \vec{u})$

Exercice 5

On considère les points $A(0, 1, -5)$, $B(-1, -2, -1)$, $C(1, 0, -5)$ et $D(2, 3, -9)$

- 1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés
 - b) Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AD}
 - c) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme
- 2) Soit $M(x, y, z)$ montrer que \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont coplanaires ssi $x + y + z + 4 = 0$.

Exercice 6

On considère les points $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 3, 0)$ et $C(-2, 2, 5)$

- 1) a) Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
 - b) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés
- 2) Déterminer les coordonnées du point D pour que $ABDC$ soit un parallélogramme
- 3) a) Calculer les coordonnées du point I milieu du segment $[BC]$
 - b) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC
 - c) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G' du triangle CDB
 - d) Vérifier que I est le milieu de $[GG']$
- 4) Dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
 - a) Calculer $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \vec{u})$
 - b) Justifier alors que le triplet $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \vec{u})$ est une base de W
 - c) Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \vec{u})$
 - d) Déterminer les coordonnées du point D dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \vec{u})$

Exercice 7

On considère les points $A(0, -1, 0)$; $B(1, 1, 0)$; $C(0, 0, 1)$ et $D(-3, 3, -2)$

- 1) a) Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BD}
 - b) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés
- 2) a) Montrer que le triangle ABD est rectangle
 - b) Calculer l'aire du triangle ABD
- 3) a) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires
 - b) Soit $M(x, y, z)$ montrer que \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont coplanaires ssi $2x - y + z - 1 = 0$

Exercice 8

On considère les points $A(1, -2, -1)$; $B(3, -3, -2)$; $C(0, -3, 1)$ et $D(1, 1, 1)$

- 1) a) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[BC]$
 - b) Soit G le centre de gravité du triangle ABC , déterminer les coordonnées du point G
- 2) a) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires
 - b) Soit $M(x, y, z)$ montrer que \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont coplanaires ssi $x + y + z + 2 = 0$