

**Exercice 1**

Sans utiliser une calculatrice calculer les expressions suivantes

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} \quad B = \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{5\pi}{14} + \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{11\pi}{12}$$

$$C = \sin^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{3\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{7\pi}{12} + \sin^2 \frac{9\pi}{12} + \sin^2 \frac{11\pi}{12}$$

$$D = \cos \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} \quad E = \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$$

$$F = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \quad G = \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)$$

**Exercice 2**

Une seule reponse est exacte

1) Si  $x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$  alors

a)  $\cos x \geq 0$

b)  $\cos x \leq 0$

2) Soit ABC un triangle tel que  $AB = 4$ ,  $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$  et  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$  alors

a)  $AC = \sqrt{2}$

b)  $AC = 2\sqrt{2}$

c)  $AC = 4\sqrt{2}$

**Exercice 3**

Soit ABC est un triangle H est le projeté orthogonal de A sur (BC) on donne

$$AB = 5 \quad AH = 3 \quad \text{et} \quad \widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$$

1) Faire une figure

2) Montrer que le triangle AHC est isocèle

3) Calculer  $\sin \widehat{ABC}$  et  $\cos \widehat{ABC}$

**Exercice 4**

1) Montrer que pour tout  $x \in [0, \pi]$  on a  $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$ .

2) On donne  $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ . Calculer  $\cos x$ . En déduire la valeur de  $x$ .

3) Résoudre dans  $[0, \pi]$ , les équation  $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$  et  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

**Exercice 5**

Pour tout  $x \in [0, \pi]$  on pose  $A = 2\cos^2 x - 1$

1) Montrer que  $A = 1 - 2\sin^2 x$  et que  $A = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$

2) Calculer  $B = \frac{\tan^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) - 1}{\tan^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + 1} + \frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right) - 1}{\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + 1}$

**Exercice 6**

On donne un triangle IJK de hauteur [IL] ; L ∈ [JK] et tel que  $\widehat{JIL} = \frac{\pi}{6}$ , JL = 3 et JK = 12

1) Calculer IJ, IL et IK

2) Soit H le projeté orthogonal de L sur [IK]

Calculer LH, IH et HK (On prendra  $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ )

3) a) Calculer  $\widehat{HKL}$

### Exercice 7

Soit  $x \in [0, \pi]$  et soit la fonction  $f(x) = -2\cos^2 x - 3\sin x + 3$

1) Calculer  $f(0)$ ,  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  et  $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2) Exprimer  $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$

3) a) Montrer que  $f(x) = 2\sin^2 x - 3\sin x + 1$

b) Résoudre dans  $[0, \pi]$  l'équation  $f(x) = 0$

4) On pose  $g(x) = -2\sin^2 x + 3\sin(\pi - x)$

Montrer que  $f(x) + g(x)$  est une constante dont on déterminera sa valeur

5) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

### Exercice 8

On considère la figure ci-contre

$AH = x$ ;  $BH = 3x$ ;  $HC = x\sqrt{3}$  et  $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$

avec  $x$  un réel strictement positif

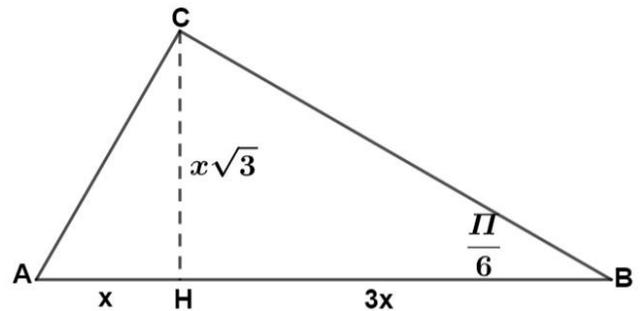
1) En utilisant la loi du sinus dans le triangle  $BCH$

montrer que  $BC = 2x\sqrt{3}$

2) En utilisant le théorème d'EL Kashi dans le triangle  $ABC$

calculer  $AC$  en fonction de  $x$

3) Montrer alors que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$



### Exercice 9

Soit  $ABC$  est un triangle isocèle en  $A$  et  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$

On pose  $\widehat{BAH} = \alpha$ ;  $AH = h$ ;  $BC = b$  et  $AB = a$

1) a) Exprimer  $\cos \alpha$  et  $\sin \alpha$  en fonction de  $a$ ;  $b$  et  $h$

b) Montrer que  $\sin(2\alpha) = \frac{bh}{a^2}$

c) En déduire que  $\sin(2\alpha) = 2\sin \alpha \cos \alpha$

2) En utilisant le théorème d'EL Kashi montrer que  $\cos(2\alpha) = 1 - \frac{b^2}{2a^2}$

a) En déduire que  $\cos(2\alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1$

b) Calculer alors  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$