Trigonométrie 2ème Sciences

Exercice 1

Sans utiliser une calculatrice calculer les expressions suivantes

$A = cos^2\frac{\pi}{8} + cos^2\frac{3\pi}{8} + cos^2\frac{5\pi}{8} + cos^2\frac{7\pi}{8}$ $\quad B = cos^2\frac{\pi}{7} + cos^2\frac{5\pi}{14} + cos^2\frac{\pi}{12} + cos^2\frac{11\pi}{12}$

$C = sin^2\frac{\pi}{12} + sin^2\frac{3\pi}{12} + sin^2\frac{5\pi}{12} + sin^2\frac{7\pi}{12} + sin^2\frac{9\pi}{12} + sin^2\frac{11\pi}{12}$

$D = \cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$ $\quad E = \cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}$

$F = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ $\quad G = \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)$

Exercice 2

Une seule reponse est exacte

1) **Si** $x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$ **alors**

   a) $\cos x \geq 0$ $\qquad$ b) $\cos x \leq 0$

2) **Soit ABC un triangle tel que** $AB = 4$, $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$ **et** $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ **alors**

   a) $AC = \sqrt{2}$ $\qquad$ b) $AC = 2\sqrt{2}$ $\qquad$ c) $AC = 4\sqrt{2}$

Exercice 3

Soit ABC est un triangle H est le projeté orthogonal de A sur (BC) on donne

$AB = 5 \quad AH = 3$ **et** $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$

1) **Faire une figure**
2) **Montrer que le triangle AHC est isocèle**
3) **Calculer** $\sin\widehat{ABC}$ **et** $\cos\widehat{ABC}$

Exercice 4

1) **Montrer que pour tout** $x \in [0, \pi]$ **on a** $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$.
2) **On donne** $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ **. Calculer** $\cos x$ **. En déduire la valeur de x.**
3) **Résoudre dans** $[0, \pi]$ **, les équation** $2cos^2x + 3\sin x - 3 = 0$ **et** $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

Exercice 5

Pour ntout $x \in [0, \pi]$ **on pose** $A = 2\cos^2 x - 1$

1) **Mongtrer que** $A = 1 - 2\sin^2 x$ **et que** $A = \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$
2) **Calculer** $B = \frac{\tan^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)-1}{\tan^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)+1} + \frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)-1}{\tan^2\left(\frac{\pi}{5}\right)+1}$

Exercice 6

On donne un triangle IJK de hauteur [IL] ; L ∈ [JK] et tel que $\widehat{JIL} = \frac{\pi}{6}$ **,** $JL = 3$ **et** $JK = 12$

1) **Calculer IJ, IL et IK**

2) Soit H le projeté orthogonal de L sur [IK]

Calculer LH, IH et HK (On prendra $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$)

3) a) Calculer $\tan \widehat{HKL}$

Exercice 7

Soit $x \in [0, \pi]$ et soit la fonction $f(x) = -2cos^2x - 3\sin x + 3$

1) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2) Exprimer $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

3) a) Montrer que $f(x) = 2sin^2x - 3\sin x + 1$

b) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation $f(x) = 0$

4) On pose $g(x) = -2sin^2x + 3\sin(\pi - x)$

Montrer que $f(x) + g(x)$ est une constante dont on déterminera sa valeur

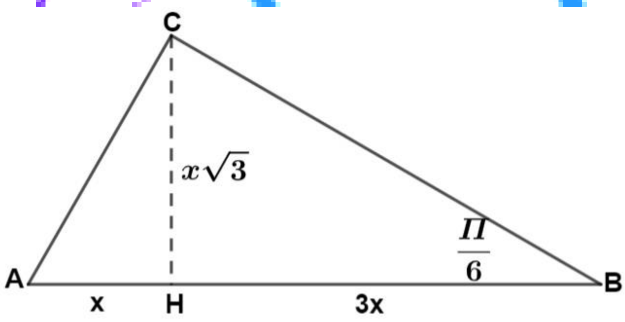
5) Déterminer le domaine de définition de la fonction $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Exercice 8

On considere la figure ci-contre

$AH = x$; $BH = 3x$; $HC = x\sqrt{3}$ et $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$

avec x un réel strictement positif



1) En utilisant la loi du sinus dans le triangle BCH montrer que $BC = 2x\sqrt{3}$

2) En utilisant le théorème d'EL Kashi dans le triangle ABC calculer AC en fonction de x

3) Montrer alors que le triangle ABC est rectangle en C

Exercice 9

Soit ABC est un triangle isocèle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC)

On pose $\widehat{BAH} = \alpha$; $AH = h$; $BC = b$ et $AB = a$

1) a) Exprimer $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ en fonction de a ; b et h

b) Montrer que $\sin(2\alpha) = \frac{bh}{a^2}$

c) En déduire que $\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$

2) En utilisant le théorème d'EL Kashi montrer que $\cos(2\alpha) = 1 - \frac{b^2}{2a^2}$

a) En déduire que $\cos(2\alpha) = 2cos^2\alpha - 1$

b) Calculer alors $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$