

Exercice 1

Sans utiliser une calculatrice calculer les expressions suivantes

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$$

$$B = \sin^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{3\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{7\pi}{12} + \sin^2 \frac{9\pi}{12} + \sin^2 \frac{11\pi}{12}$$

$$C = \cos \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} \quad D = \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}$$

$$E = \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{5\pi}{14} + \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{11\pi}{12}$$

Exercice 2

Une seule reponse est exacte

1) Si $x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \pi \right]$ alors

a) $\cos x \geq 0$

b) $\cos x \leq 0$

2) Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$, $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ alors

a) $AC = \sqrt{2}$

b) $AC = 2\sqrt{2}$

c) $AC = 4\sqrt{2}$

Exercice 3

Soit ABC est un triangle H est le projeté orthogonal de A sur (BC) on donne

$$AB = 5 \quad AH = 3 \quad \text{et} \quad \widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$$

1) Faire une figure

2) Montrer que le triangle AHC est isocèle

3) Calculer $\sin \widehat{ABC}$ et $\cos \widehat{ABC}$

Exercice 4

1) Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$ on a $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$.

2) On donne $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$. Calculer $\cos x$. En déduire la valeur de x.

Exercice 5

Résoudre dans $[0, \pi]$, les équation $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ et $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$

Exercice 6

On donne un triangle IJK de hauteur [IL] ; L \in [JK] et tel que $\widehat{JIL} = \frac{\pi}{6}$, JL = 3 et JK = 12

1) Calculer IJ, IL et IK

2) Soit H le projeté orthogonal de L sur [IK]

Calculer LH, IH et HK (On prendra $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$)

3) a) Calculer $\tan \widehat{HKL}$

b) En déduire la valeur de \widehat{HKL}

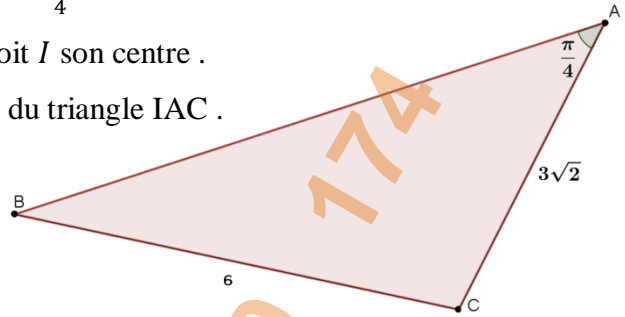
c) En déduire la nature du triangle IJK

Exercice 7

Soit ABC un triangle tel que $BC = 6$, $AC = 3\sqrt{2}$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$

On désigne par C le cercle circonscrit au triangle ABC. Soit I son centre .

- 1) Calculer le rayon R du cercle C . En déduire la nature du triangle IAC .
- 2) Calculer $\sin(\widehat{ABC})$
- 3) Déterminer la distance AB
- 4) Calculer l'aire du triangle ABC.



Exercice 8

Soit ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ et $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{6}$

- 1) Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC)

On pose $BH = x$. Calculer à l'aide de x les distances AB, BC et AC

- 2) Soit K le projeté orthogonal de C sur (AB) Calculer à l'aide x les distances AK, CK et BK
- 3) a) Evaluer l'angle \widehat{CBK}
- b) Déterminer les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$

Exercice 9

Soit $x \in [0, \pi]$ et soit la fonction $f(x) = -2\cos^2 x - 3\sin x + 3$

- 1) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$
- 2) Exprimer $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$
- 3) a) Montrer que $f(x) = 2\sin^2 x - 3\sin x - 1$
- b) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation $f(x) = 0$
- 4) On pose $g(x) = -2\sin^2 x + 3\sin(\pi - x)$

Montrer que $f(x) + g(x)$ est une constante dont on déterminera sa valeur

- 5) Déterminer le domaine de définition de la fonction $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

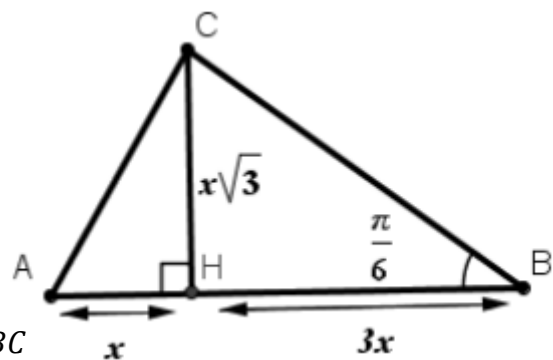
Exercice 10

On considère la figure ci-contre

$AH = x$; $BH = 3x$; $HC = x\sqrt{3}$ et $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$

avec x un réel strictement positif

- 1) En utilisant la loi du sinus dans le triangle BCH montrer que $BC = 2x\sqrt{3}$
- 2) En utilisant le théorème d'EL Kashi dans le triangle ABC calculer AC en fonction de x
- 3) Montrer alors que le triangle ABC est rectangle en le triangle C



Exercice 11

Soit ABC est un triangle isocèle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC)

On pose $\widehat{BAH} = \alpha$; $AH = h$; $BC = b$ et $AB = a$

1) a) Exprimer $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$ en fonction de a ; b et h

b) Montrer que $\sin(2\alpha) = \frac{bh}{a^2}$

c) En déduire que $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

2) En utilisant le théorème d'EL Kashi montrer que $\cos(2\alpha) = 1 - \frac{b^2}{2a^2}$

a) En déduire que $\cos(2\alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1$

b) Calculer alors $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice 12

Soit ABC est un triangle tels que $AB = 5$; $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$

1) Montrer que $BC = 7$

2) a) Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à $\frac{15\sqrt{3}}{4}$

b) En déduire le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC

3) Soit H le pied de la hauteur issue de A. Calculer AH

Exercice 13

Soit ABC est un triangle tels que $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{3}$ et $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$ on pose $BC = a$; $AC = b$ et $AB = c$

1) Calculer AC en fonction de c

2) Soit H le pied de la hauteur issue de A

a) Calculer BH et CH en fonction de c . En déduire que $BC = c \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

b) Déterminer \widehat{BAC}

2) a) Montrer que $\sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

b) Déterminer $\cos \frac{5\pi}{12}$; $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\cos \frac{\pi}{12}$

