



Série N°22

Thème : Suites

Niveau : Deuxième Sciences

Année Scolaire : 2022-2023

Prof : BenMbarek Mahmoud

BenMbarek Mahmoud



Exercice 1

★★★

Soit \mathbf{U} une suite arithmétique de raison r .

- 1 Calculer $S = \mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_1 + \dots + \mathbf{U}_{17}$ sachant que $\mathbf{U}_0 = 95$ et $\mathbf{U}_{17} = 5$.
- 2 Calculer \mathbf{U}_n et $S = \mathbf{U}_3 + \mathbf{U}_4 + \dots + \mathbf{U}_n$, sachant que $\mathbf{U}_0 = -33$, $n = 33$ et $r = 3$.
- 3 Calculer \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_n sachant que $r = 3$, $n = 33$ et $S = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 + \dots + \mathbf{U}_n = 0$.

Exercice 2

★★★

Soit (\mathbf{U}_n) une suite définie sur \mathbb{N} par $\mathbf{U}_0 = 6$ et $\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{U}_n + 2n + 1$.

On pose $\mathbf{V}_n = \mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n$.

- 1
 - a Calculer \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 .
 - b La suite \mathbf{U} est-elle arithmétique? est-elle géométrique? Justifier.
- 2 Montrer que (\mathbf{V}_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
- 3
 - a Calculer $S = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \dots + \mathbf{V}_n$ en fonction de n .
 - b En déduire \mathbf{U}_n en fonction de n .

Exercice 3

★★★

Soit \mathbf{U} une suite géométrique tels que $\mathbf{U}_4 = -162$ et $\mathbf{U}_{10} = -118098$.

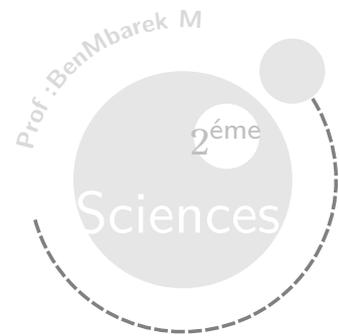
- 1 Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.
- 2 Exprimer \mathbf{U}_n en fonction de n .
- 3 Soit $S = \mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 + \dots + \mathbf{U}_{n-1}$. Exprimer S en fonction de n .
- 4 Déterminer n sachant que $S = -6560$.

Exercice 4

★★★

Soit la suite \mathbf{U} définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} \mathbf{U}_0 = 2 \\ \mathbf{U}_{n+1} = \frac{1}{2}\mathbf{U}_n + 3 \quad n \geq 1 \end{cases}$$

- 1
 - a Calculer \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 .
 - b Montrer que \mathbf{U} est ni arithmétique ni géométrique.



- 2 Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n - 6$.
- Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ dont on précisera le premier terme.
 - Exprimer V_n en fonction de n . déduire U_n en fonction de n .
- 3 Calculer les sommes $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{10}$ puis $S' = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10}$

Exercice 5 ★★★

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3 + 4U_n}{2 + U_n} \end{cases}$$

- Calculer U_1 et U_2 .
 - Montrer que U est ni arithmétique, ni géométrique.
- Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$.
 - Prouver que V est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme.
 - Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .
- Calculer $S = V_{10} + V_{11} + V_{12} + \dots + V_{109}$.

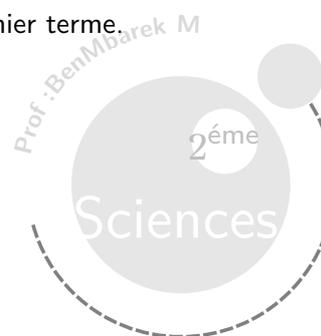
Exercice 6 ★★★

- Soit (U_n) une suite arithmétique tels que $U_0 = 1$ et $U_5 = -9$.
 - Calculer la raison r de cette suite.
 - Exprimer U_n en fonction de n et vérifier que $U_n \in \mathbb{Z}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- Soit la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = (\sqrt{2})^{U_n}$.
 - Calculer V_0 et V_1 .
 - Montrer que V est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

Exercice 7 ★★★

Soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2} \end{cases}$$

- Calculer U_1 et U_2 .
- On pose $V_n = (U_n)^2 - 4$.
 - Prouver que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
 - Calculer la somme $S = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$.
- Soit la suite W définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} W_0 = 4 \\ W_{n+1} - W_n = V_n \end{cases}$$
 Déterminer W_n en fonction de n .



On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n} \end{cases}$$

On suppose que pour tout entier naturel n , on a : $0 < u_n < 1$.

1 a Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$.

b En déduire que $u_{n+1} > u_n$.

2 Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{1-u_n}{2u_n}$.

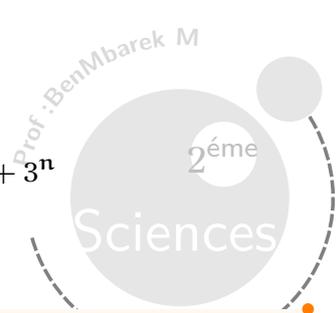
a Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$.

b Déterminer v_0 et exprimer v_n en fonction de n .

c En déduire que $u_n = \frac{3^n}{2+3^n}$.

3 a Montrer que $1+2u_n = \frac{u_n-1}{u_{n+1}-1}$.

b En déduire que : $(1+2u_0) + (1+2u_1) + (1+2u_2) + \dots + (1+2u_n) = \frac{2}{3} + 3^n$



«

L'homme ne devient Homme que par éducation...

»

[Emmanuel Kant]

Ben Mbarek Mahmoud