❄ Lycée 18 Janvier Djebniana ❄

Série N°22

Thème : Suites	
Niveau : Deuxième Sciences	Année Scolaire : 2022-2023

Prof : ✍ BenMbarek Mahmoud ✍

Exercice 1 ★★★

Soit U une suite arithmétique de raison r.

1. Calculer $S = U_0 + U_1 + \ldots + U_{17}$ sachant que $U_0 = 95$ et $U_{17} = 5$.
2. Calculer U_n et $S = U_3 + U_4 + \ldots + U_n$, sachant que $U_0 = -33$, $n = 33$ et $r = 3$.
3. Calculer U_1 et U_n sachant que $r = 3$, $n = 33$ et $S = U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 0$.

Exercice 2 ★★★

Soit (U_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 6$ et $U_{n+1} = U_n + 2n + 1$.

On pose $V_n = U_{n+1} - U_n$.

1. a. Calculer U_1 et U_2.
   b. La suite U est-elle arithmétique ? est-elle géométrique ? Justifier.
2. Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. a. Calculer $S = V_0 + V_1 + \ldots + V_n$ en fonction de n.
   b. En déduire U_n en fonction de n.

Exercice 3 ★★★

Soit U une suite géométrique tels que $U_4 = -162$ et $U_{10} = -118098$.

1. Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.
2. Exprimer U_n en fonction de n.
3. Soit $S = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_{n-1}$. Exprimer S en fonction de n.
4. Déterminer n sachant que $S = -6560$.

Exercice 4 ★★★

Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2}U_n + 3 \quad n \geqslant 1 \end{cases}$

1. a. Calculer U_1 et U_2.
   b. Montrer que U est ni arithmétique ni géométrique.

2 Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n - 6$.

- **a** Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ dont on précisera le premier terme.
- **b** Exprimer V_n en fonction de n. déduire U_n en fonction de n.

3 Calculer les sommes $S = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots + V_10$ puis $S' = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_{10}$

Exercice 5 ★★★

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{3 + 4U_n}{2 + U_n} \end{cases}$

1
- **a** Calculer U_1 et U_2.
- **b** Montrer que U est ni arithmétique, ni géométrique.

2 Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{U_n - 3}{U_n + 1}$.

- **a** Prouver que V est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme.
- **b** Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n.

3 Calculer $S = V_{10} + V_{11} + V_{12} + \ldots + V_{109}$.

Exercice 6 ★★★

1 Soit (U_n) une suite arithmétique tels que $U_0 = 1$ et $U_5 = -9$.

- **a** Calculer la raison r de cette suite.
- **b** Exprimer U_n en fonction de n et vérifier que $U_n \in \mathbb{Z}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2 Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \left(\sqrt{2}\right)^{U_n}$.

- **a** Calculer V_0 et V_1.
- **b** Montrer que V est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

Exercice 7 ★★★

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2} \end{cases}$

1 Calculer U_1 et U_2.

2 On pose $V_n = (U_n)^2 - 4$.

- **a** Prouver que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- **b** Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
- **c** Calculer la somme $S = U_0^2 + U_1^2 + \ldots + U_n^2$.

3 Soit la suite W définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} W_0 = 4 \\ W_{n+1} - W_n = V_n \end{cases}$

Déterminer W_n en fonction de n.

Exercice 8 ★

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{3} \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{1+2u_n} \end{cases}$

On suppose que pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < 1$.

1. a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$.

   b) En déduire que $u_{n+1} > u_n$.

2. Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{1-u_n}{2u_n}$.

   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raisin $q = \dfrac{1}{3}$.

   b) Déterminer V_0 et exprimer V_n en fonction de n.

   c) En déduire que $u_n = \dfrac{3^n}{2+3^n}$.

3. a) Montrer que $1 + 2u_n = \dfrac{u_n - 1}{u_{n+1} - 1}$.

   b) En déduire que : $(1+2u_0) + (1+2u_1) + (1+2u_2) + \ldots + (1+2u_n) = \dfrac{2}{3} + 3^n$

« L'homme ne devient Homme que par éducation... »
[Emmanuel Kant]

BenMbarek Mahmoud