Suite géométrique 2ème Sciences

Exercice 1

Soit (U_n) $n \in IN$ une suite géométrique de raison q et tel que $U_4 = 160$ et $U_7 = -1280$

1) Déterminer q et U_0

2) a) Décomposer 256 en produits de facteurs premiers

b) Calculer en fonction de n la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1}$

c) Déterminer n pour que $S_n = -850$

Exercice 2

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 8$ et $U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{U_n}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = \frac{U_n - 4}{U_n - 1}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 3

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{U_n + 12}{4}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) On pose pour tout $n \in IN$; $V_n = U_n - 4$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

3) Soit $n \in IN$; on pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$

et $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1}$

Calculer S_n en fonction de n puis en déduire S'_n en fonction de n

Exercice 4

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{U_n^{\ 2} + 12}$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) On suppose que por tout $n \in \mathbb{N}$ on a $U_n > 0$ Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = {U_n}^2 - 4$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

b) Exprimer V_n en fonction de n , en déduire l'expression de U_n en fonction de n

3) a) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) En déduire $S' = {U_0}^2 + {U_1}^2 + {U_2}^2 + \cdots + {U_n}^2$

Exercice 5

Soit U et V les suites définies sur IN par $U_0 = 1$, $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + n - 1$ et $V_n = U_n - 2n + 6$

1) Montrer que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme

3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

4) a) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) Calculer $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

c) Calculer $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$

Exercice 6

Soit (U_n) une suite arithmétique tel que : $U_5 = -9$ et $U_{10} = -19$

1) a) Calculer la raison r de la suite (U_n).

b) Calculer U_0 et U_1

c) Donner le terme général de la suite (U_n).

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \left(\sqrt{2}\right)^{U_n}$

a) Calculer V_0 et V_1

b) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$

c) Exprimer V_n en fonction de n

3) On pose pour tout $n \in IN$ $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ et $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$

b) Exprimer S_n en fonction de n

c) Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $P_n = \left(\sqrt{2}\right)^{1-n^2}$

Exercice 7

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{4U_n+3}{U_n+6}$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.

b) Calculer V_n puis U_n en fonction de n

3) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

Exercice 8

Soit U la suite définie sur IN^* par $U_0 = 2$, $U_1 = 3$ et $3U_{n+1} = 4U_n - U_{n-1}$

1) Calculer U_2 et U_3

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - U_{n+1}$

a) Calculer V_1 et V_2

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

3) On pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

a) Exprimer de deux façon S_n en fonction de n

b) En déduire V_n et U_n en fonction de n

Exercice 9

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ telle que $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1} = 2^n - 1$

1) a) Exprimer S_{n+1} à l'aide de n

b) En déduire U_n en fonction de n

c) Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_{2n+1}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 4

b) On pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ déterminer n pour que $S_n = 45$

Exercice 10

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 0$; $U_1 = 1$ et $U_{n+2} = \frac{1}{2}U_{n+1} + \frac{1}{2}U_n$

1) a) Calculer U_2 et U_3

b) En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - U_{n+1}$

a) Calculer V_1 et V_2

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique

c) Exprimer V_n en fonction de n

3) On pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

a) Calculer S_n

b) En déduire que $U_n = \frac{2}{3}(1 - V_n)$ en déduire que $S'_n = \left[\frac{2n+6}{3} - \frac{4}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

Exercice 11

Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = \frac{1}{2^n}$

1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique

2) On pose pour tout $n \in IN$ $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$

Montrer que pour tout $n \in IN$on a $S_n = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$

3) Calculer la somme : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{1024}$

Exercice 12

Soit U la suite définie sur IN par $U_0 = 1$, $U_{n+1} = 3U_n + 1$ pour tout $n \in IN$

1) Montrer que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) On pose pour tout $n \in IN$; $V_n = U_n + \frac{1}{2}$

a) Calculer V_0

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme

3) a) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

4) Soit $n \in IN$; on pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$

et $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1}$

Calculer S_n en fonction de n puis en déduire S'_n en fonction de n

Exercice 13

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = 2U_n + 2$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n + 2$

a) Calculer V_1 et V_2

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 2.

c) Calculer V_n puis U_n en fonction de n.

3) a) Calculer $S_{n+1} = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) Calculer $T_{n+1} = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

Exercice 14

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{2U_n + 3}{U_n + 4}$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur ℕ par : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Calculer V_n puis U_n en fonction de n

4) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

5) Soit la suite (W_n) définie sur ℕ par : $W_n = \frac{-4}{U_n + 3}$

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $W_n + 1 = V_n$

b) Calculer $S'_n = \frac{-4}{U_0+3} + \frac{-4}{U_1+3} + \frac{-4}{U_2+3} + \cdots + \frac{-4}{U_n+3}$

Exercice 15

Soit la suite réelle (U_n) définie sur ℕ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = n - 1 + \frac{1}{3}U_n$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) Vérifier que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur ℕ par : $V_n = 4U_n - 6n + 15$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ puis calculer V_0

b) Déterminer V_n en fonction de n

c) Montrer que $U_n = \frac{19}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{6n-15}{4}$

2) Soit la suite réelle (W_n) définie sur ℕ par $W_n = \frac{6n-15}{4}$

a) Montrer que (W_n) est une suite arithmétique

b) Calculer $S_1 = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$ et $S_2 = W_0 + W_1 + W_2 + \cdots + W_{n-1}$

b) En déduire $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1}$

Exercice 16

Soit la suite réelle $(\mathrm{U_n})$ définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\mathrm{U_0} = 4$, $\mathrm{U_1} = 1$ et $\mathrm{U_{n+2}} = \mathrm{aU_n} + \mathrm{bU_{n-1}} + \mathrm{c}$

avec a , b et c des réels

A

Dans cette partie on pose $\mathrm{a} = -\frac{1}{2}$, $\mathrm{b} = 0$ et $\mathrm{c} = 3$

1) a) Calculer $\mathrm{U_2}$

b) La suite U est-elle arithmétique ? géométrique ?

2) On définit la suite $(\mathrm{V_n})$ telle que $\mathrm{V_n} = \mathrm{U_n} - 2$.

a) Montrer que $(\mathrm{V_n})$ est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{2}$.

b) Exprimer $\mathrm{V_n}$ puis $\mathrm{U_n}$ en fonction de n.

c) Calculer la somme $\mathrm{S} = \mathrm{U_0} + \mathrm{U_1} + \mathrm{U_2} + \cdots + \mathrm{U_9}$.

B)

Dans cette partie on fixe : $a = 2$, $b = -1$ et $c = 0$.

Soit la suite (W_n) définie par $W_n = U_{n+1} - U_n$.

1) a) Calculer $W_n - W_{n-1}$ pour $n \in IN^*$

b) Déduire que (W_n) est une suite constante et calculer W_0.

2) a) Déduire que (U_n) est arithmétique de raison - 3.

b) Déterminer trois termes d'indices pairs consécutifs de la suite (U_n) dont la somme est -96.

c) Calculer $S={U_0}^2 - {U_1}^2 + {U_2}^2 - {U_3}^2 + \cdots + {U_{10}}^2 - {U_{11}}^2$.

Exercice 17

Soient les suites (U_n) et (V_n) définies sur IN par : $U_n = \frac{5^n}{3}$ **et** $V_n = \frac{2^{3n+1}}{5}$

.1) Montrer que (U_n) et (V_n) sont deux suites géométriques , et préciser la raison et le premier terme de chacune de ces suites .

2) Pour tout entier naturel n , on pose : $S_n = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} + \frac{25}{3} + \cdots + \frac{5^n}{3}$

a) Exprimer S_n en fonction de n .

b) Déterminer n pour que $3S_n = 19531$

3) Pour tout entier naturel n, on pose : $W_n = 8^n U_n - 5^n V_n$

Montrer (W_n) que est une suite géométrique dont on précisera la raison