## Exercice 1

Soit $(U_n)$ une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ tel que $U_3 = 24$ et $U_8 = 768$

1) Décomposer $32$ en produit de facteurs premiers.
2) a) Déterminer la raison $q$ de cette suite.
   b) Déterminer le premier terme $U_0$ de cette suite
3) a) Exprimer $U_n$ en fonction de $n$
   b) Calculer $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_8$

## Exercice 2

Soit $(U_n)$ la suite définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = 4U_n + 9$

1) a) Calculer $U_1$ , $U_2$ et $U_3$
   b) Montrer que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) On pose pour tout entier naturel $n$, $V_n = U_n + 3$
   a) Montrer que $V_{n+1} = 4U_n + 12$
   b) En déduire que $V$ est une suite géométrique de raison $4$.
   c) Exprimer alors $V_n$ puis $U_n$ en fonction de $n$.
3) On pose $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ et $S' = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$
   a) Montrer que $S = 4^n - 1$
   b) En déduire $S'$

## Exercice 3

1) Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$
   a) Calculer $U_1$ et $U_2$
   b) Montrer que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - 2$
   a) Calculer $V_0$ et $V_1$
   b) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$
   c) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de $n$

## Exercice 4

Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = 2U_n + 2$

1) a) Calculer $U_1$ et $U_2$
   b) Montrer que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n + 2$
   a) Calculer $V_1$ et $V_2$

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_{n+1} = 2V_n$

c) En déduire que la suite $(V_n)$ est suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme

3) a) Exprimer $V_n$ en fonction de $n$

b) En déduire $U_n$ en fonction de $n$3

4) a) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) En déduire $S = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

## Exercice 5

Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n+3}{U_n+4} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer $U_1$ et $U_2$

b) En déduire que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite réelle $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Calculer $U_n$ en fonction de $n$

c) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

3) Soit la suite $(W_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $W_n = \frac{-4}{U_n+3}$

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $W_n + 1 = V_n$

c) Calculer $\frac{-4}{U_0+3} + \frac{-4}{U_1+3} + \frac{-4}{U_2+3} + \cdots + \frac{-4}{U_n+3}$

## Exercice 6

1) Soit $U$ la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{1+4U_n^2} \end{cases}$ pour tout $\forall n \in \mathbb{N}$

a) Calculer $U_1$ et $U_2$

b) En déduire que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = U_n^2 + \frac{1}{3}$

a) Montrer que $V$ est une suite géométrique de raison 4

b) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de $n$.

3) a) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) En déduire $S' = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \cdots + U_n^2$

## Exercice 7

Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = 3U_n + 8 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer $U_1$ et $U_2$

b) En déduire que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = U_n + 4$

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de $n$.

3) a) Calculer $S_{n+1} = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) Calculer $T_{n+1} = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

4) Soit la suite $(W_n)$ définie sur ℕ par : $W_n = V_n + 3n - 3 - 3^n$

Calculer $P_{n+1} = W_0 + W_1 + W_2 + \cdots + W_n$

## Exercice 8

Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur ℕ par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2}$ pour tout $\forall n \in \mathbb{N}$

1) Calculer $U_1$ et $U_2$

2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur ℕ par : $V_n = U_n^2 - 4$

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison

b) Déterminer $V_n$ en fonction de $n$ et en déduire $U_n$, en fonction de $n$

c) Calculer la somme $S = U_0^2 + U_1^2 + \cdots + U_n^2$

3) Soit la suite $W$ définie sur ℕ par : $\begin{cases} W_n = 4 \\ W_{n+1} - W_n = 4 \end{cases}$

Exprimer $W_n$ en fonction de $n$

## Exercice 9

Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur ℕ par : $U_0 = \frac{1}{2}$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{1+U_n}$ pour tout $\forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer $U_1$ et $U_2$

b) En déduire que la suite $(U_n)$ n'est pas arithmétique.

2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur ℕ par : $V_n = \frac{U_n+1}{U_n}$

a) Montrer que la suite $(V_n)$ est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.

b) Exprimer $V_n$ en fonction de $n$

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n = \frac{1}{2n+2}$

3) On donne $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ où $n \in \mathbb{N}^*$

et $S' = (V_2^2 - V_1^2) + (V_4^2 - V_3^2) + \cdots + (V_{98}^2 - V_{97}^2) + (V_{100}^2 - V_{99}^2)$

a) Montrer que $S_n = n^2 + 4n$

b) Déterminer la valeur de $n$ pour que $S_n = 10400$

c) Déduire que $S' = 20800$

## Exercice 10

Soit la suite réelle $(U_n)$ définie sur ℕ par : $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n+3}{U_n+6} \end{cases}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer $U_1$ et $U_2$

b) En déduire que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Calculer $V_n$ en fonction de $n$.

c) En déduire $U_n$ en fonction de $n$.

3) Soit $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

Montrer que $S_n = \frac{7}{4}\left(\left(\frac{3}{7}\right)^{n+1} - 1\right)$

## Exercice 11

On considère la suite $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_1 = \frac{3}{2}$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{n-2}{n(n+1)(n+2)}$ pour tout $\forall n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer $U_2$ et $U_3$

b) En déduire que la suite $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $V_n = U_n - \frac{2}{n(n+1)}$

a) Calculer $V_1$

b) Montrer que la suite $(V_n)$est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$

c) Déterminer $V_n$ en fonction de $n$ et en déduire $U_n$, en fonction de $n$

3) a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

b) Calculer en fonction de $n$, $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n$

c) En déduire que $S'_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$

d) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $S'_n < 3$

## Exercice 12

On considère la suite $(U_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

On suppose que pour tout entier naturel $n$, on a : $0 < U_n < 1$

1) a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $U_{n+1} - U_n = \frac{2U_n(1-U_n)}{1+2U_n}$

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $U_{n+1} > U_n$

2) soit la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1-U_n}{2U_n}$

a) Montrer que $(V_n)$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$

b) Calculer $V_0$ puis exprimer $V_n$ en fonction de $n$

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $U_n = \frac{3^n}{2+3^n}$

3) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $1 + 2U_n = \frac{U_n - 1}{U_{n+1} - 1}$

b) En déduire que $(1 + 2U_0) + (1 + 2U_1) + (1 + 2U_2) + \cdots + (1 + 2U_n) = \frac{2}{3} + 3^n$