SUITES ARITHMETIQUES $2^{\text{ème}}$ Sciences

Exercice 1

Soit (U_n) une suite arithmétique tel que : $U_4 = 11$ et $U_{22} = 47$

1) a) Calculer la raison r de la suite (U_n).

b) Calculer U_0

2) a) Donner le terme général de la suite (U_n).

b) Calculer U_9 et U_{21}

3) a) Calculer les sommes $S = U_3 + U_4 + U_5 + \cdots + U_{15}$ et $S' = U_{12} + U_{13} + U_{14} + \cdots + U_{31}$

b) En déduire $T = 9 + 11 + 14 + \cdots + 33$

Exercice 2

Soit (V_n) une suite arithmétique tel que : $V_7 = 22$ et $r = 3$; r étant la raison de la suite(V_n).

1) a) Calculer V_0

b) Donner le terme général de la suite (V_n).

2) a) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

b) Calculer la somme des 20 premiers termes de la suite (V_n)

3) Calculer V_p sachant que $V_p + V_{p+2} + V_{p+4} = 57$

Exercice 3

Soit (W_n) une suite arithmétique tel que : $W_{12} = 9$ et $W_{19} = 23$

1) a) Calculer la raison r de la suite (W_n).

b) Calculer W_0

2) a) Exprimer W_n en fonction de n

b) Calculer $S = W_5 + W_6 + W_7 + \cdots + W_{22}$

3) On pose $S_n = W_0 + W_1 + W_2 + \cdots + W_n$

a) Montrer que pour tout $n \in IN$ on $S_n = n^2 - 14n - 15$

b) Déterminer l'entier naturel n pour que $S_n = 57$

Exercice 4

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = 3n + 2$

1) Montrer que la suite (U_n) est arithmétique dont on précisera la raison r et le premier terme U_0

2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$ $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{n-1}$

a) Montrer que pour tout $n \in IN$ on $S_n = \frac{3n^2+n}{2}$

b) Déterminer l'entier naturel n tel que $S_n = 40$

c) Trouver trois termes consécutifs de la suite (U_n) dont la somme est egale à 60

Exercice 5

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer U_1 , U_2 et U_3

b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur ℕ par : $V_n = \frac{1}{U_n}$

a) Calculer V_0 , V_1 et V_2 puis montrer que (V_n) est arithmétique

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

3) Calculer $S = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \cdots + \frac{1}{U_n}$

Exercice 6

Soit la suite réelle (U_n) définie sur ℕ par : $U_n = \frac{2n+3}{n+1}$

1) a) Calculer U_0 , U_1 et U_2

b) En déduire que suite (U_n) n'est pas arithmétique

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur ℕ par : $V_n = \frac{2U_n+1}{U_n-2}$

a) Exprimer V_n puis V_{n+1} en fonction de n

b) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme 7

3) a) Donner le terme général de la suite (V_n)

b) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

4) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $V_n = 2 + \frac{5}{U_n-2}$

b) Calculer $S'_n = \frac{5}{U_0-2} + \frac{5}{U_1-2} + \frac{5}{U_2-2} + \cdots \frac{5}{U_n-2}$

Exercice 7

Soit la suite réelle (U_n) définie sur ℕ par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{9-2U_n}{4-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur ℕ par : $V_n = \frac{U_n-2}{U_n-3}$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $V_n = 1 - \frac{1}{3-U_n}$

b) Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ V_{n+1} en fonction de U_n

c) Montrer alors que (V_n) est arithmétique de raison -1 préciser son premier terme.

3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

4) **a)** Calculer $S_n = V_2 + V_3 + \cdots + V_{15}$

b) Calculer $S'_n == \frac{1}{3-U_0} + \frac{1}{3-U_1} + \frac{1}{3-U_2} + \cdots \frac{1}{3-U_n}$

Exercice 8

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_1 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{nU_n+4}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

1) **a)** Calculer U_2 , U_3 et U_4

b) En déduire que suite (U_n) n'est pas arithmétique

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = nU_n$

a) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique préciser sa raison et son premier terme

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 9

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{9}{6-U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) **a)** Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n-3}$

a) Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$ V_{n+1} en fonction de U_n

b) Montrer alors que la suite (V_n) est arithmétique.

3) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 10

1) Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{1-2U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Calculer U_1 et U_2

b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier.

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{1}{U_n}$

a) Calculer V_0

b) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique et donner sa raison.

c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3) Calculer $S = V_8 + V_9 + V_{10} + \cdots + V_{32}$

Exercice 11

1) a) Montrer que les nombres 13 , 16 et 19, pris dans cet ordre, sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique U.

b) Déterminer la raison r de la suite U.

c) Sachant que $U_3 = 13$, calculer le premier terme U_0 de la suite U.

2) a) Donner le terme général de la suite U.

b) Calculer U_5 , U_9 et U_{21}

c) Calculer $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_{200}$ et $S_2 = U_{13} + U_{14} + U_{15} + \cdots + U_{50}$

3) a) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_n = 193$.

b) Déterminer l'entier naturel n tel que $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = 531$.

Exercice 12

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{3U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{2U_n+1}{U_n}$

a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

Exercice 13

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = 2n^2 + 2n$

1) a) Calculer U_0 ; U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n}{n+1} + 3$

a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison 2.

b) Calculer V_n en fonction de n

3) Soit $S = V_3 + V_4 + V_5 + \cdots + V_{20}$ et $S' = 7 + \cdots + 97 + 99$

a) Calculer S

b) Montrer S' est la somme des termes consécutifs de la suite (V_n) et calculer S'

Exercice 14

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n - 4}{U_n - 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 2}$

a) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique.

b) Calculer V_n en fonction de n déduire le terme général de la suite (U_n).

3) Calculer $S = V_0 + V_4 + V_5 + \cdots + V_n$ en déduire en déduire $S' = V_0 + V_4 + \cdots + V_{25}$

Exercice 15

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

4) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{3U_n - 2}{U_n - 1}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique préciser son premier terme et sa raison.

b) Exprimer V_n en fonction de n et en déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$on a : $U_n = \frac{n+2}{n+1}$

5) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

6) Soit la suite (W_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $W_n = \frac{1}{U_n - 1}$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $W_n + 3 = V_n$

b) Calculer $S' = \frac{1}{U_0 - 1} + \frac{1}{U_1 - 1} + \frac{1}{U_2 - 1} + \cdots \frac{1}{U_n - 1}$