Série similitudes 4ème Maths proposée par Mr Douma Ali

Exercice 1

Soit $AFED$ un carré de coté 4 cm tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

et soit O son centre. On désigne par B et O_1 les symétriques de A et O par rapport à la droite (EF).

1) a) Soit r la rotation définie par $r(F) = E$ et $r(E) = D$

Préciser l'angle et le centre de r.

b) Soit $f = roS_{(OO_1)}$.

Montrer que f est la symétrie orthogonale d'axe (OE).

2) Soit $r' = t_{\overrightarrow{OO_1}} o\, r^{-1}$

a) Montrer que r' est une rotation dont on précisera l'angle.

b) Déterminer $r'(O)$. En déduire que F est le centre de r'.

3) On désigne par g l'antidéplacement définie par : $g(D) = F$ et $g(O) = O_1$

a) Montrer que g est une symétrie glissante et déterminer sa forme réduite.

b) Soit M un point du plan.

Montrer que $g(M) = r'(M)$ si et seulement $f(M) = M$.

c) En déduire l'ensemble des points M tel que $g(M) = r'(M)$.

4) Soit s la similitude directe telle que $s(A) = F$ et $s(B) = E$

a) Déterminer l'angle et le rapport de s

b) Montrer que $s = roh_{\left(A,\frac{1}{2}\right)}$

c) Soit Ω le rapport de s. Montrer que Ω appartient aux deux cercles de diamètres respectifs $[AF]$ et $[BE]$. Construire Ω.

d) Montrer que $s(E) = O$. En déduire que Ω, O et B sont alignés.

Exercice 2

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct.

r_1 , r_2 et r_3 les rotations de même angle $\frac{\pi}{3}$ et de centres respectifs A , B et C

soit $D = r_2(A)$ et $E = r_3(D)$.

1) a) Montrer que $r_3 \, o \, r_2 o \, r_1$ est la symétrie centrale de centre B.

b) Construire alors le point E.

2) Soit s la similitude directe de rapport $\frac{1}{2}$, d'angle $-\frac{2\pi}{3}$ et tel que $s(A) = B$.

a) Montrer que $s(E) = D$

b) Déterminer l'image de la droite (AC) par s.

c) Soit (φ) le cercle circonscrit au triangle ACE et $(\varphi') = s(\varphi)$.

Montrer que (φ') est le cercle de diamètre $[BD]$.

d) Soit $C' = s(C)$. Montrer que C' et le milieu de $[DE]$.

3) On désigne par Ω le centre de s. Construire Ω.

4) a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f tel que : $f(A) = C$ et $f(B) = A$.

b) Prouver que f est une symétrie glissante dont on déterminera le vecteur et l'axe Δ

c) Montrer que Δ est la médiatrice de $[C'D]$. En déduire que $f(D) = B$.

5) On pose : $g = f o \, s$. Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera les éléments caractéristiques.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un carré de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

Soient I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AD]$.

1) Soit s la similitude directe tel que $s(A) = J$ et $s(B) = D$

a) Déterminer le rapport et l'angle de s.

b) Déterminer les images des droites (BD) et (AD) par s.

Déterminer alors $s(D)$.

2) On désigne par (φ) le cercle de diamètre $[AJ]$ et (φ') le cercle de diamètre $[BD]$.

a) Soit Ω le centre de s. Montrer que $\Omega \in (\varphi) \cap (\varphi')$ puis construire Ω

b) Caractériser $s\ o\ s$. En déduire que les points Ω , B et E sont alignés.

3) Soit la similitude directe s' de centre Ω et tel que $s'(B) = A$

Montrer que $s'\ o\ s = s\ o\ s'$. Déterminer alors $s'(D)$.

4) On pose : $\sigma = s^{-1} o S_{(BE)}$.

a) Montrer que σ est une similitude indirecte dont on précisera les éléments caractéristiques.

b) Soit $A' = \sigma(A)$ et $A'' = \sigma(A')$. Douma Ali

Montrer que , A et A'' sont alignés.

c) Montrer que $\left(\overrightarrow{A'\Omega}, \overrightarrow{A'A}\right) \equiv \left(\overrightarrow{A''A'}, \overrightarrow{A''A}\right) [2\pi]$.

Que représente la droite $(\Omega A')$ pour le cercle circonscrit au triangle $AA'A''$.

.