

Exercice 1 :

Soit  $ABC$  triangle d'orthocentre  $H$ .

$ABD$  et  $ACE$  deux triangles isocèles et rectangle en  $A$ . (voir figure 1).

Soient  $I = B * E$ ,  $J = D * C$  et  $R$  la rotation directe de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

- 1) a) Déterminer  $R(B)$  et  $R(E)$ .  
b) En déduire que  $EB = CD$  et que  $(EB) \perp (CD)$ .
- 2) Montrer que le triangle  $AIJ$  est rectangle isocèle.
- 3) Soit  $F = S_A(E)$  et  $K$  le point d'intersection de  $(AH)$  et  $(ED)$ .
  - a) Montrer que  $R(C) = F$ .
  - b) Montrer que  $(AH)$  et  $(DF)$  sont parallèles.
  - c) Montrer que  $K = D * E$ .

Exercice 2 :

Dans la figure 2 :  $ABCD$  carré,  $ABE$  et  $CBF$  deux triangles équilatéraux directs.

Montrer que les points  $D$ ,  $E$  et  $F$  sont alignés. (utiliser une rotation)

Exercice 3 :

Soit  $ABC$  triangle direct rectangle en  $A$  tel que  $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$  et  $\Gamma$  son cercle circonscrit.

La médiatrice  $\Delta$  de  $[AC]$  coupe l'arc  $[\widehat{BC}]$  de  $\Gamma$  ne contenant pas  $A$  en un point  $I$ .

On désigne par  $O$  le milieu de  $[BC]$  et  $R$  la rotation indirecte de centre  $I$  et d'angle  $\frac{\pi}{6}$ .

- 1) Montrer que  $R(A) = C$ .
- 2) a) Construire le point  $C' = R(C)$ .  
b) Montrer que  $(CC')$  est perpendiculaire à  $(BC)$ .  
c) En déduire que  $(BC)$  est l'image de  $(AB)$  par  $R$ .
- 3) a) Placer le point  $B' = R(B)$ .  
b) Montrer que les points  $I$ ,  $C$ ,  $C'$  et  $B'$  sont situés sur un même cercle (cocycliques).

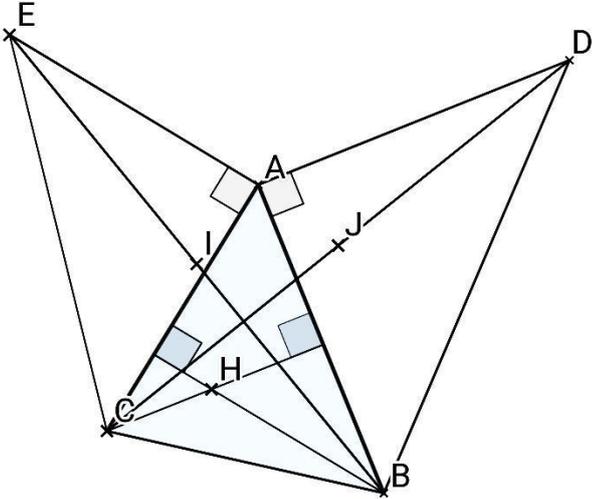
Exercice 4 :

Soit  $ABCD$  un parallélogramme direct tel que  $AB = 2AD = 6$  et  $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$ .

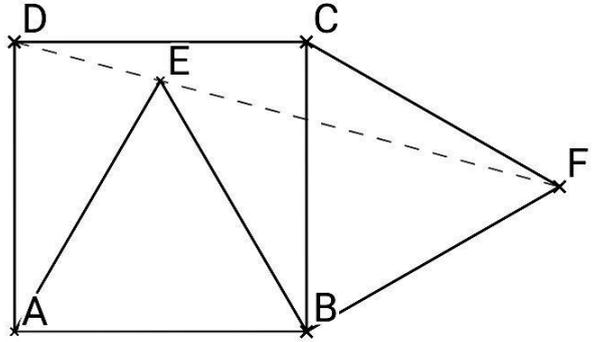
Soit  $I$  et  $J$  les milieux respectifs de  $[CD]$  et  $[AB]$ .

- 1) Soit  $R$  la rotation indirecte de centre  $I$  et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$ . Montrer que  $R(B) = D$  et  $R(C) = J$ .
- 2) Construire  $E = R(A)$  et montrer que  $\overrightarrow{DE} = -2\overrightarrow{DA}$ .
- 3) Soit  $F$  le barycentre de  $(A, -1)$  et  $(B, 3)$ .
  - a) Montrer que  $R(F) = A$ .
  - b) En déduire la nature de triangle  $AEF$ .

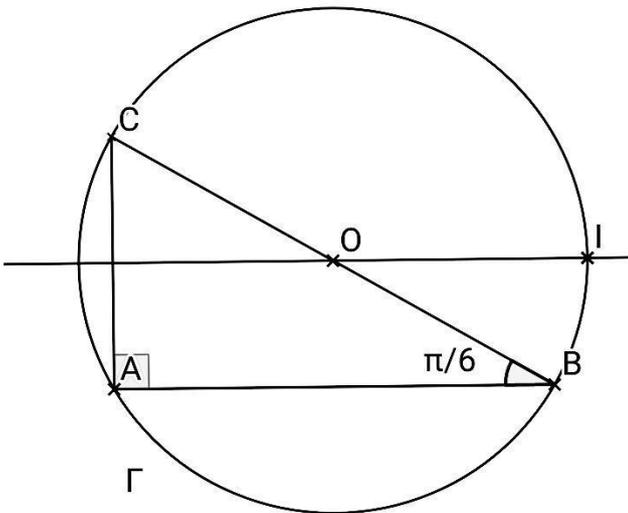
Exrcice 1



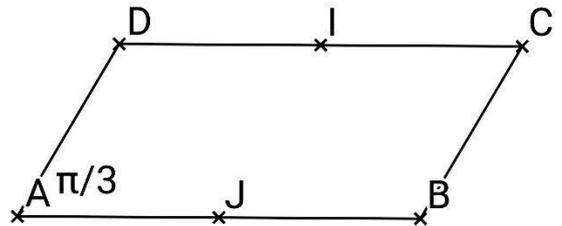
Exercicr 2



Exercice 3



Exercice 4



*Exercice 5 :*

*Soit  $ABC$  triangle equilateral direct et  $\Gamma$  son cercle circonscrit .*

*Soit  $M$  point de l'arc  $[\widehat{BC}]$  de  $\Gamma$  ne contenant pas  $A$  . On se propose de montrer que  $AM = MB + MC$  .  
on considere le point  $N$  de  $[AM]$  telque  $MN = MB$  . et  $R$  la rotation directe de centre  $B$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$  .*

*1) Montrer que  $R(C) = A$  et  $R(M) = N$  .*

*2) Deduire le resultat .*

*Exercice 6 :*

*Soit  $ABC$  et  $AMN$  deux triangles equilateraux direct .  $O$  le centre de cercle circonscrit de  $ABM$  .*

*Montrer que les points  $A$  ,  $O$  ,  $C$  et  $N$  sont cocycliques .*

*Exercice 7 : (Problemes de construction )*

*1)  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  deux droites secantes et  $A$  un point n'appartient pas ni a  $\Delta_1$  ni a  $\Delta_2$  .*

*Construire les points  $B \in \Delta_1$  et  $C \in \Delta_2$  telque  $ABC$  soit equilateral .*

*2) Etant donnees trois droites strictement paralleles  $\Delta_1$  ,  $\Delta_2$  et  $\Delta_3$  .*

*Construire un triangle equilateral  $ABC$  telque :  $A \in \Delta_1$  ,  $B \in \Delta_2$  et  $C \in \Delta_3$  .*

*3) Etant donnees trois cercles concentriques . Construire un triangle equilateral  $ABC$  telque ses sommets sont situes sur les trois cercles .*