Résumé cours Déplacement antidéplacement

1) *Définitions et propriétés*

"نحن هنا لكي نضع بصمتنا في هذا الكون، وإلا ما فائدة مجيئنا إليه؟" "ستيف جوبز"

*** Une isométrie du plan est dite un déplacement si et seulement si elle conserve les mesures des angles orientés de deux vecteurs non nuls.**

*** Une isométrie du plan est dite un antidéplacement si et seulement si elle transforme les mesures des angles orientés de deux vecteurs non nuls en leurs opposées.**

* *Conséquences :*

- ¤ **Un déplacement du plan est soit une translation soit une rotation.**
- ¤ **Un antidéplacement du plan est soit une symétrie orthogonale soit une symétrie glissante.**
- ¤ **La composée de deux déplacements est un déplacement.**
- ¤ **La composée de deux antidéplacements est un déplacement.**
- ¤ **La composée d'un déplacement est d'un antidéplacement est un antidéplacement.**
- ¤ **L'application réciproque d'un déplacement est un déplacement.**
- ¤ **L'application réciproque d'un antidéplacement est un antidéplacement.**
- ¤ **Un déplacement qui laisse fixe un seul point I du plan est une rotation de centre I.**
- ¤ **Un déplacement qui laisse fixe deux points distincts du plan est l'identité.**
- ¤ **Un antidéplacement qui ne laisse fixe aucun point du plan est une symétrie glissante.**
- ¤ **Un antidéplacement qui laisse fixe un point du plan est une symétrie orthogonale.**

* *Théorèmes :*

- ¤ **Deux déplacements qui coïncident sur deux points distincts sont égaux.**
- ¤ **Deux antidéplacements qui coïncident sur deux points distincts sont égaux.**
- ¤ **Soient , B , C et D quatre points du plan tels que : $AB = CD$ et $A \neq B$.**

  Alors : il existe un unique déplacement qui transforme A en C et B en D.

  Alors : il existe un unique antidéplacement qui transforme A en C et B en D.

2) *Déplacement*

* *Angle d'un déplacement :*

¤ **Soient A et B deux points distincts d'images respectifs A' et B' par un déplacement f.**

Les mesures de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{A'B'}}\right)$ sont indépendants du choix de A et B.

$\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{A'B'}}\right)$ est appelé l'angle du déplacement f.

* *Conséquences :*

¤ **Une translation est un déplacement d'angle nulle.**

¤ **Une rotation d'angle θ est un déplacement d'angle θ.**

¤ **Un déplacement d'angle $\theta \not\equiv 0[2\pi]$ est une rotation d'angle θ.**

¤ **Un déplacement d'angle $\theta \equiv 0[2\pi]$ est une translation.**

Remarque si f est un déplacement d'angle $\theta \equiv 0[2\pi]$ et s'il existe un point A tel que $f(A) = A$ alors f est l'identité du plan.

¤ **La composée de deux déplacements d'angles θ et θ' est un déplacement d'angle $\theta + \theta'$.**

¤ **L'application réciproque d'un déplacement d'angle θ est un déplacement d'angle $-\theta$.**

* *Théorème :*

Soit S_I et S_J deux symétries centrales de centres respectifs I et J alors :

$$S_I\ o\ S_J = t_{2\overrightarrow{JI}}$$

$$S_J\ o\ S_I = t_{2\overrightarrow{IJ}}$$

3) *Expression complexe associée à déplacement*

* *Théorèmes :*

Le plan P est muni d'un muni repère orthonormé direct $(O\,,\vec{u}\,,\vec{v})$.

¤ **Soit b un nombre complexe. Alors :**

l'application : $P \longrightarrow P$

$M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = z + b$ est la translation de vecteur d'affixe b.

¤ **Soit θ un réel tel que $\theta \not\equiv 0[2\pi]$ et b un nombre complexe. Alors :**

l'application : $P \longrightarrow P$

$M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = e^{i\theta}z + b$ est la rotation d'angle θ et de centre I tel que

$$z_I = \frac{b}{1 - e^{i\theta}}$$