Résumé Fonction Exponentielle

1) Définition et propriétés

a) Théorème et définition

* La fonction ln réalise une bijection de $]0\,,+\infty[$ sur $\mathbb{R}$.
* L'application réciproque de fonction ln est appelée : la fonction exponentielle notée exp ou $x \mapsto e^x$.

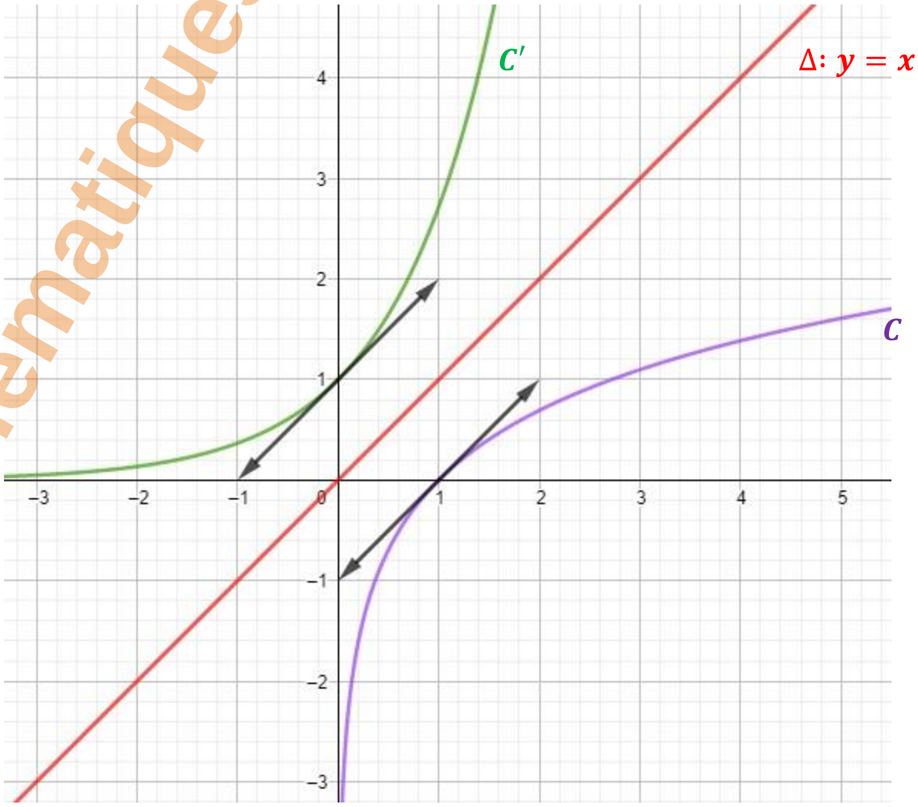
b) Conséquences

* Le domaine de définition de la fonction exp est $\mathbb{R}$.
* $\forall x \in \mathbb{R}\,;\; e^x > 0$.
* $\forall x \in \mathbb{R}\,;\; ln(e^x) = x$
* $\forall x \in \mathbb{R}^*_+\,;\; e^{ln\,x} = x$
* $\forall x \in \mathbb{R}^*_+\,,\quad \forall y \in \mathbb{R}$ on a : $y = ln\,x \Leftrightarrow e^y = x$
* La fonction exp est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
* $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$

on a : $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b \qquad e^a \leq e^b \Leftrightarrow a \leq b$.

2) Représentation graphique

Dans un repère orthonormé $R = (O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$ du plan, la courbe C' de la fonction exp est l'image de la courbe C de la fonction ln par la symétrie orthogonale d'axe Δ: $y = x$.



3) Limites usuelles

Soit m et n deux entiers naturels non nuls on a :

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0 \qquad \lim_{x\to-\infty} xe^x = 0 \qquad \lim_{x\to-\infty} x^n e^{mx} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{e^{mx}}{x^n} = +\infty$$

$$\lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$$

3) règles de calcul

$\forall a \in \mathbb{R}$; $\forall b \in \mathbb{R}$ **et** $\forall n \in \mathbb{Z}$ **on a :**

$$e^a \times e^b = e^{a+b} \qquad \frac{e^a}{e^b} = e^{a-b} \qquad \frac{1}{e^a} = e^{-a} \qquad (e^a)^n = e^{na}$$

3) Dérivabilité et primitive

*** La fonction $x \mapsto e^x$ est dérivable sur et $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $(e^x)' = e^x$.**

*** Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I et**

$\forall x \in I$ on a : $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$.

*** La fonction $x \mapsto e^x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto e^x$.**

*** Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto u'(x) \times e^{u(x)}$.**

3) Fonction exponentielle de base a **(hors programme 2020/2021)**

*** Soit a et b deux réels tel que $a > 0$. On pose $a^b = e^{b.\ln a}$**

*** La fonction $x \mapsto a^x$ est appelée la fonction exponentielle de base a, notée exp_a.**