Problèmes du 1^{ier} et 2^{eme} degré 2^{eme} Sciences

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2-81=0$; $(2x-3)^2-(x-1)^2=0$; $\frac{x-\sqrt{2}}{2}=\frac{1-x\sqrt{2}}{3}$

$(x+1)(5x-2)=1+x$; $\frac{x-1}{3}-\frac{x}{2}+1=\frac{2}{3}(x-1)$; $\sqrt{x^2-2x+1}=3$; $\frac{x+1}{x-1}=\frac{x-1}{x+1}$; $|2x+3|=1$

$(x^2+1)(4x^2-9)=0$; $(2x-1)^2=9(x+2)^2$; $-\frac{5x}{x-2}-2=\frac{4}{x-2}$; $\frac{(x-1)^2}{x+2}=\frac{(2x-4)^2}{x+2}$; $\sqrt{2x+1}=2\sqrt{3}$

$|2x+3|=|x-1|$; $\sqrt{x^2-2x+1}=|2x-1|$; $\frac{x}{x-1}-\frac{x+1}{x}=\frac{2x^2-1}{x^2-x}$; $|4x-5|=1\sqrt{2}$ $\sqrt{x^2+5}=x+1$

$\frac{x+2}{2x-3}=\frac{x+7}{2x}$; $\sqrt{(2x+1)^2}=|x-2|$; $|2x-3|^2+5|2x-3|=0$; $\frac{1}{3-|x|}=\frac{3}{2}$

Exercice 2

Soit x un réel, on donne : $A(x)=9x^2-4+(3x-2)(x-5)$

1) **a)** Factoriser $A(x)$

b) Résoudre dans IR l'équation : $A(x)=0$

2) Développer et réduire $A(x)$

3) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ $\frac{12x^2-17x+6}{4x-3}=-3x+4$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$7x-5>3x+2$; $2x+3<4x-9$; $(x^2-4)>2(x-2)$

$2(x+2)<(x-3)(x+2)$; $x^2+4x+4-(x+2)(3x+1)\geq 0$; $\frac{x-3}{5}-\frac{x+2}{2}\geq\frac{3x+2}{10}$

$|3x-4|>|2x-1|$; $x^3-27\leq x^2(x-3)$; $\frac{4x^2-5x+2}{3x+1}\geq x-4$; $\frac{(3x+2)^2}{x-3}\leq 4(x-3)$; $\frac{|2x|+3}{x^2+1}<-4$

$|x^2-3|\geq 1$; $\sqrt{2x+3}<3$; $\sqrt{2x-5}-\sqrt{3x+3}\leq 0$

Exercice 4

1) Vérifier que : $x^2-7x+6=(x-1)(x-6)$

2) Soit $A(x)=(x^2-7x+6)-(x-1)(2x+3)$

3) Factoriser $A(x)$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $A(x)<0$

Exercice 5

Ecrire les expressions suivantes sous la forme canonique : x^2-2x-3 ; $4x^2+4x-8$; $9x^2-12x+7$

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $2x^2-5x+2=0$; $3x^2-x-10=0$; $\frac{2x}{x+3}=\frac{x-1}{x+2}$

$\sqrt{x-1}=x-3$; $3x^2-4x+5=0$; $2x^2-3x+4=0$; $\frac{4}{x^2}+\frac{2}{x}-2=0$

$|-x^2+2x|=3$; $x^2+(1+\sqrt{5})x+\sqrt{5}=0$; $2x^2+2\sqrt{6}x+3=0$; $3x^2+8x+5=0$

$x^2+3x+17=0$; $x^2+5x-6=0$

Exercice 7

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $3x^2+6x-9=0$ et $-3x^2-8x+3=0$

2) Simplifier alors l'expression $A=\frac{-3x^2-8x+3}{3x^2+6x-9}$ après avoir déterminer l'ensemble des réels pour lesquels A a un sens

Exercice 8

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $T^2-9T+14=0$

2) En déduire la résolution de l'équation $x^2-9\sqrt{x^2+4}+18=0$

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$2x^2-5|x|-7=0$ $\quad$ $\sqrt{x^2+8}=2x+1$ $\quad$ $|x^2-4x+5|=\left|\frac{1}{2}x^2-x-1\right|$

Exercice 10

1) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $x^2-5x+4=0$

b) En déduire la résolution l' équation $x^4-5x^2+4=0$

2) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $2x^2-5x+3=0$

b) En déduire la résolution l' équation $2x^2-5|x|+3=0$

3) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $2x^2-3x-5=0$

b) En déduire la résolution l' équation $2\left(\frac{x}{x-3}\right)^2-\frac{3x}{x-3}-5=0$

4) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $3x^2+2x-1=0$

b) En déduire la résolution l' équation $3x^4+2x^2-1=0$

c) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l' équation $3x^2+2\sqrt{x}-1=0$

Exercice 11

1) Montrer que l'équation (E): $2x^2-3x-2=0$ admet deux racines distinctes x' et x''

2) Sans calculer x' et x'' calculer les expressions suivantes

$A=x'+x''$; $\quad B=x'x''$ $\quad C=\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}$ $\quad D=x'^2+x''^2$

Exercice 12

Soit l'équation (E) : $x^2+\alpha x-\sqrt{\beta}=0$ avec α un réel et β un réel strictement positif

1) Justifier que l'équation (E) admet deux racines distinctes x' et x''

2) Exprimer $S=x'+x''$ et $P=x'x''$ en fonction de α et β

3) Déterminer α et β sachant que α et $\sqrt{\beta}$ sont les racines de l'équation (E)

Exercice 13

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

$4x^2+4x+1<0$; $\quad -3x^2+2x-1>0$; $\quad x^2-5x+6\geq 0$; $\quad x^2-2x-3\leq 0$

$-2x^2+4|x|+6>0$; $12x+x^4-4-9x^2<0$; $\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{x}\right)^2<\frac{2}{x^2}$; $|x-1|>\sqrt{3x^{2-5x+2}}$

Exercice 14

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants

$\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=-16 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=7 \\ xy=60 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=7 \\ x^2+y^2=169 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-2 \\ x^2-xy+y^2=13 \end{cases}$

Exercice 15

Soient a et b deux réels tel que $a>0$

On considère l'équation (E) : $ax^2+bx-1=0$

1) a) Sans calculer le discriminant Δ montrer que l'équation (E) admet deux racines distinctes x' et x'' et de signes contraires

b) Déterminer le réel b pour que l'on ait $\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}=2\sqrt{3}$

2) a) Montrer que $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) en prenant $a=\sqrt{2}$ et $b=\sqrt{3}$

Exercice 16

On considère l'équation (E) : $x^2-(3-\sqrt{3})x+2-2\sqrt{3}=0$

1) Sans calculer le discriminant Δ justifier l'existence de deux solutions distinctes de (E)

2) a) Vérifier que 2 est une solution de (E)

b) Déduire l'autre solution de (E)

Exercice 17

On considère l'équation (E_m) : $-(m^2-1)x^2+3x+1=0$ où m est un paramètre réel

1) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E_m) admet-elle exactement deus racines distinctes x' et x''

2) a) Supposons que l'équation (E_m) admet exactement deus racines distinctes x' et x''

Chercher m pour que x' et x'' soient de même signe

b) Montrer que pour tout $m \in IR$ on a : $x' \neq -x''$ (sans calculer x' et ")