Problèmes du 1^{ier} et 2^{eme} degré 2^{eme} Sciences

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2 - 81 = 0$; $(2x-3)^2 - (x-1)^2 = 0$; $\frac{x-\sqrt{2}}{2} = \frac{1-x\sqrt{2}}{3}$

$(x+1)(5x-2) = 1 + x$; $\frac{x-1}{3} - \frac{x}{2} + 1 = \frac{2}{3}(x-1)$; $\sqrt{x^2-2x+1} = 3$; $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$; $|2x+3| = 1$

$(x^2+1)(4x^2-9) = 0$; $(2x-1)^2 = 9(x+2)^2$; $-\frac{5x}{x-2} - 2 = \frac{4}{x-2}$; $\frac{(x-1)^2}{x+2} = \frac{(2x-4)^2}{x+2}$; $\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{3}$

$|2x+3| = |x-1|$; $\sqrt{x^2-2x+1} = |2x-1|$; $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} = \frac{2x^2-1}{x^2-x}$; $|4x-5| = 1\sqrt{2}$ $\sqrt{x^2+5} = x+1$

$\frac{x+2}{2x-3} = \frac{x+7}{2x}$; $\sqrt{(2x+1)^2} = |x-2|$; $|2x-3|^2 + 5|2x-3| = 0$; $\frac{1}{3-|x|} = \frac{3}{2}$

Exercice 2

Soit x un réel, on donne : $A(x) = 9x^2 - 4 + (3x-2)(x-5)$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre dans IR l'équation : $A(x) = 0$

2) Développer et réduire $A(x)$

3) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ $\frac{12x^2-17x+6}{4x-3} = -3x + 4$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$7x - 5 > 3x + 2$; $2x + 3 < 4x - 9$; $(x^2-4) > 2(x-2)$

$2(x+2) < (x-3)(x+2)$; $x^2 + 4x + 4 - (x+2)(3x+1) \geq 0$; $\frac{x-3}{5} - \frac{x+2}{2} \geq \frac{3x+2}{10}$

$|3x-4| \geq |2x-1|$; $x^3 - 27 \leq x^2(x-3)$; $\frac{4x^2-5x+2}{3x+1} \geq x - 4$; $\frac{(3x+2)^2}{x-3} \leq 4(x-3)$; $\frac{|2x|+3}{x^2+1} < -4$

$|x^2-3| \geq 1$; $\sqrt{2x+3} < 3$; $\sqrt{2x-5} - \sqrt{3x+3} \leq 0$

Exercice 4

1) Vérifier que : $x^2 - 7x + 6 = (x-1)(x-6)$

2) Soit $A(x) = (x^2 - 7x + 6) - (x-1)(2x+3)$

3) Factoriser $A(x)$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $A(x) < 0$

Exercice 5

Ecrire les expressions suivantes sous la forme canonique : $x^2 - 2x - 3$; $4x^2 + 4x - 8$; $9x^2 - 12x + 7$

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $3x^2 - x - 10 = 0$; $\frac{2x}{x+3} = \frac{x-1}{x+2}$

$\sqrt{x-1} = x - 3$; $3x^2 - 4x + 5 = 0$; $2x^2 - 3x + 4 = 0$; $\frac{4}{x^2} + \frac{2}{x} - 2 = 0$

$|-x^2 + 2x| = 3$; $x^2 + (1+\sqrt{5})x + \sqrt{5} = 0$; $2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3 = 0$; $3x^2 + 8x + 5 = 0$

$x^2 + 3x + 17 = 0$; $x^2 + 5x - 6 = 0$

Exercice 7

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $3x^2 + 6x - 9 = 0$ et $-3x^2 - 8x + 3 = 0$

2) Simplifier alors l'expression $A = \frac{-3x^2-8x+3}{3x^2+6x-9}$ après avoir déterminer l'ensemble des réels pour lesquels A a un sens

Exercice 8

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $T^2 - 9T + 14 = 0$

2) En déduire la résolution de l'équation $x^2 - 9\sqrt{x^2+4} + 18 = 0$

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$2x^2 - 5|x| - 7 = 0$ $\quad\sqrt{x^2+8} = 2x + 1$ $\quad|x^2 - 4x + 5| = \left|\frac{1}{2}x^2 - x - 1\right|$

Exercice 10

1) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $x^2 - 5x + 4 = 0$

b) En déduire la résolution l' équation $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

2) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $2x^2 - 5x + 3 = 0$

b) En déduire la résolution l' équation $2x^2 - 5|x| + 3 = 0$

3) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $2x^2 - 3x - 5 = 0$

b) En déduire la résolution l' équation $2\left(\frac{x}{x-3}\right)^2 - \frac{3x}{x-3} - 5 = 0$

4) **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l' équation $3x^2 + 2x - 1 = 0$

b) En déduire la résolution l' équation $3x^4 + 2x^2 - 1 = 0$

c) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l' équation $3x^2 + 2\sqrt{x} - 1 = 0$

Exercice 11

1) Montrer que l'équation (E): $2x^2 - 3x - 2 = 0$ admet deux racines distinctes x' et x''

2) Sans calculer x' et x'' calculer les expressions suivantes

$A = x' + x''$; $\quad B = x'x''$ $\quad C = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''}$ $\quad D = x'^2 + x''^2$

Exercice 12

Soit l'équation (E) : $x^2 + \alpha x - \sqrt{\beta} = 0$ avec α un réel et β un réel strictement positif

1) Justifier que l'équation (E) admet deux racines distinctes x' et x''

2) Exprimer $S = x' + x''$ et $P = x'x''$ en fonction de α et β

3) Déterminer α et β sachant que α et $\sqrt{\beta}$ sont les racines de l'équation (E)

Exercice 13

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

$4x^2 + 4x + 1 < 0$; $\quad -3x^2 + 2x - 1 > 0$; $\quad x^2 - 5x + 6 \geq 0$; $\quad x^2 - 2x - 3 \leq 0$

$-2x^2+4|x|+6>0$; $12x+x^4-4-9x^2<0$; $\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{x}\right)^2<\frac{2}{x^2}$; $|x-1|>\sqrt{3x^{2-5x+2}}$

Exercice 14

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants

$\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=-16 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=7 \\ xy=60 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=7 \\ x^2+y^2=169 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=-2 \\ x^2-xy+y^2=13 \end{cases}$

Exercice 15

Soient a et b deux réels tel que $a>0$

On considère l'équation (E) : $ax^2+bx-1=0$

1) a) Sans calculer le discriminant Δ montrer que l'équation (E) admet deux racines distinctes x' et x'' et de signes contraires

b) Déterminer le réel b pour que l'on ait $\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}=2\sqrt{3}$

2) a) Montrer que $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) en prenant $a=\sqrt{2}$ et $b=\sqrt{3}$

Exercice 16

On considère l'équation (E) : $x^2-(3-\sqrt{3})x+2-2\sqrt{3}=0$

1) Sans calculer le discriminant Δ justifier l'existence de deux solutions distinctes de (E)

2) a) Vérifier que 2 est une solution de (E)

b) Déduire l'autre solution de (E)

Exercice 17

On considère l'équation (E_m) : $-(m^2-1)x^2+3x+1=0$ où m est un paramètre réel

1) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E_m) admet-elle exactement deus racines distinctes x' et x''

2) a) Supposons que l'équation (E_m) admet exactement deus racines distinctes x' et x''

Chercher m pour que x' et x'' soient de même signe

b) Montrer que pour tout $m\in IR$ on a : $x'\neq -x''$ (sans calculer x' et ")