Exercice 1

Un sac contient 9 jetons indiscernables au toucher

6 jetons noirs numérotés : 1, 1, 1, 2, 2, 3

3 jetons jaunes numérotés : 1, 2, 2

On tire au hasard et simultanément deux jetons du sac.

1) Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « Avoir deux jetons noirs »

B : « Avoir deux jetons portant des numéros impairs »

C : « Avoir au moins un jeton jaune »

2) On note p la probabilité d'avoir deux jetons noirs sachant qu'ils portent des numéros impairs. Montrer que $p = \frac{3}{5}$

Exercice 2

Un sac contient 12 boules indiscernables au toucher :

Sept sont rouges parmi les quelles 3 portent le numéro 1 et 4 portent le numéro 2. Cinq sont blanches parmi les quelles 2 portent le numéro 1 et 3 portent le numéro 2

A) On tire au hasard et simultanément deux boules du sac.

1) Préciser l'univers Ω et calculer son cardinal

2) Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « Les deux boules sont de la même couleur »

B : « Les deux boules portent le même numéro »

C : « Au moins une des deux boules porte le numéro 1 »

B) On tire au hasard une boule :

Si elle est blanche portant le numéro 2 ; elle n'est pas remise dans le sac et on tire une deuxième boule.

Si elle n'est pas blanche portant le numéro 2 ; elle est remise dans le sac et on tire une deuxième boule

On considère les événements suivants :

E : « La première boule tirée est blanche portant le numéro 2 »

F : « La deuxième boule tirée est blanche »

1) Calculer $p(E)$, $p(F / E)$ et $p(F / \overline{E})$.

2) Calculer $p(F)$.

3) Calculer $p(E / F)$

Exercice 3

Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules rouges indiscernables au toucher. On effectue n tirages ($n \in \mathbb{N}$) successifs d'une boule en respectant la règle suivante :

Si la boule tirée est rouge on la remet dans l'urne.

Si la boule tirée est blanche on ne la remet pas dans l'urne.

1) Dans cette question on suppose que $n = 3$.

Pour chaque entier $k \in \{1, 2, 3\}$ on note E_k l'événement : « Seule la $k^{ème}$ boule tirée est blanche »

Par exemple $E_2 = R_1 \cap B_2 \cap R_3$ c'est-à-dire : la première est rouge (R_1), la deuxième est blanche (B_2) et la troisième est rouge (R_3).

a) Montrer que la probabilité de l'événement E_1 est $p(E_1) = \frac{8}{75}$

b) Calculer $p(E_2)$ et $p(E_3)$. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles

c) En déduire que $p(E) = \frac{182}{675}$ avec :E « Une seule boule est blanche parmi les trois tirées »

d) Sachant que l'événement E est réalisé, chercher la probabilité pour que la boule blanche tirée soit obtenue au 1er tirage

2) On effectue maintenant n tirages, $n \geq 2$.

a) Déterminer en fonction de n, la probabilité p_n d'avoir au moins une boule blanche parmi les n boules tirées.

b) Quelles valeurs faut-ils donner à n pour que $p_n > 0{,}99$?

Exercice 4

Une classe est formée de 10 bons élèves et de 20 moyens

1) On tire au hasard et simultanément 3 copies d'un devoir de cette classe

Calculer la probabilité des événements suivants :

A_1 « les copies tirées sont des copies de bons élèves »

A_2 « une et une seule copie est d'un bon élève »

2) On tire au hasard successivement et sans remise 3 copies d'un devoir de cette classe

Calculer la probabilité des événements A_1 et A_2.

3) La probabilité pour qu'un bon élève fasse une bonne épreuve de mathématique au baccalauréat est de 0,7

La probabilité pour qu'un élève moyen fasse une bonne épreuve de mathématique au baccalauréat est de 0,4.

On prend au hasard une copie de l'épreuve de mathématique et on considère les événements suivants :

B : « la copie prise est une bonne copie »

C : « la copie provient d'un bon élève »

a) Calculer $p(C)$ et $p(B / C)$.

b) Calculer $p(B)$.

c) On prend une copie et on constate qu'elle est bonne ; qu'elle est la probabilité pour qu'elle provienne d'un bon élève ?

Exercice 5

Un étude statistique faite dans un lycée a donné : 60% des élèves pratiquent le football.

Parmi les élèves pratiquant le football, 30% pratiquent le tennis.

Parmi les élèves ne pratiquant pas le football, 55% pratiquent le tennis.

On choisi au hasard un élève et on considère les deux évènements :

F : « l'élève pratique le football »   T : « l'élève pratique le tennis »

1) Calculer $p(F)$: $p(T/F)$ et $p(T/\overline{F})$.

2) Calculer $p(F \cap T)$; $p(F \cap \overline{T})$ et $p(T)$.

3) Calculer $p(F/T)$.

Exercice 6

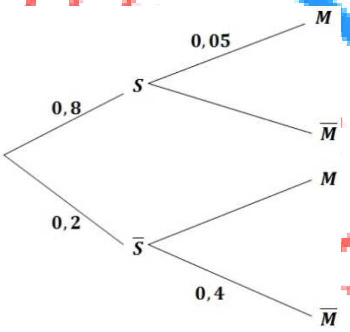
Une pièce de monnaie est truquée de sorte que la probabilité d'obtenir face est égale à cinq fois la probabilité d'obtenir pile. On note f la probabilité d'obtenir face et p la probabilité d'obtenir pile.

Une seule des réponses proposées est juste. Donner la bonne réponse en la justifiant

a) $f = \frac{1}{5}$ et $p = \frac{4}{5}$ b) $f = \frac{5}{2}$ et $p = \frac{1}{2}$ c) $f = \frac{5}{6}$ et $p = \frac{1}{6}$

Exercice 7

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre suivant :



1) Compléter cet arbre

2) Répondre par vrai ou faux

$p(M \cap S) = 0{,}05$ $p(M/\overline{S}) = 0{,}4$ $p(M \cap \overline{S}) = 0{,}08$

3) Calculer $p(M)$.

Exercice 8

Une revue professionnelle est proposée : une édition papier et une édition électronique sur internet. On admet que la probabilité pour qu'un lecteur s'abonne à l'édition papier est égale à 0,2. S'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à 0,4. S'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à 0,1.

Une personne figurant sur la liste des lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.

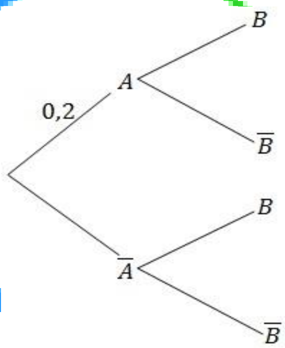
On note :

A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »

B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »

$\overline{A}$ l'évènement contraire de , $\overline{B}$ l'évènement contraire de B.

1) a) Reproduire et compléter l'arbre ci-contre :



b) Déterminer $p(\overline{B}/A)$ et $p(B/\overline{A})$.

2) a) Calculer la probabilité pour que la personne contacté soit abonnée à l'édition papier et à l'édition électronique.

b) Justifier que $p(B) = 0{,}16$

c) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

3) On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?

Exercice 9

Dans tout l'exercice, on donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS (**g**lobal **p**ositioning **s**ystem) et le Wifi. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40 % possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60 % ont l'option Wifi. On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis. On considère les évènements suivants :

G : « le téléphone possède l'option GPS » W : « le téléphone possède l'option Wifi ».

On suppose que la probabilité de W est $p(W) = 0{,}7$.

1) Déterminer : $p(G)$; $p(\overline{G})$ et $p(W/G)$.
2) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
3) Déterminer la probabilité de l'évènement D :« Le téléphone possède les deux options »
4) a) Démontrer que $p(W/\overline{G}) = \frac{23}{30}$ Compléter l'arbre de la deuxième question.

   b) Déterminer la probabilité de l'évènement U : « Le téléphone est équipé d'une seule option ».
5) On choisit un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

Exercice 10

Une entreprise possède un système d'alerte anti-incendie, s'il y a danger, l'alarme se déclenche avec une probabilité de 99%, s'il n'y a aucun danger, l'alarme peut se déclencher (fumée de cigarette) avec une probabilité de 0,5%,

La probabilité pour qu'il y ait danger (début d'incendie) est 0,1%,

Notons D l'évènement « il ya danger » et A l'évènement « l'alarme ce déclenche ».

1) Déterminer $p(A/D)$ et $p(A/\overline{D})$ et en déduire $p(A)$.
2) Calculer la probabilité d'une fausse alerte (c'est-à-dire la probabilité qu'il n'y ait pas de danger sachant que l'alarme c'est déclenchée)
3) Calculer la probabilité qu'il y ait danger sachant que l'alarme ne s'est pas déclenchée.

Exercice 11

Pour faire face à une certaine maladie, on vaccine 40% des personnes d'une population.

On remarque par la suite que 85% des personnes vaccinées ne sont pas atteintes par la maladie et que 75% des personnes non vaccinées sont atteintes par la maladie. On choisit, au hasard, une personne de cette population. Soit les événements suivants :

M : « la personne choisie est atteinte par la maladie ». V : « la personne choisie est vaccinée ».

1) a) Vérifier que $p(M \cap V) = \frac{3}{50}$

   b) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit atteinte par la maladie et non vaccinée?

   c) En déduire la probabilité P (M).

2) La personne choisie est non atteinte par la maladie. Calculer la probabilité qu'elle soit vaccinée.