Notion de limite 3eme Sc Techniques

Exercice 1

Calculer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$ et en $+\infty$

$f(x) = x^3 + 2x - 4$ $\quad f(x) = x^4 + 3x - 5$ $\quad f(x) = -x^2 + 4x - 1$

$f(x) = x^7 - 2x + 2$ $\quad f(x) = \frac{x^3-x-1}{x^2+3x-2}$ $\quad f(x) = \frac{-2x^2+3x-5}{3x^2-4x+1}$ $\quad f(x) = \frac{4x^3+3x-2}{-2x^4-x+3}$

$f(x) = (3x-1)\left(\frac{x+2}{-x^2+3}\right)$ $\quad f(x) = (-2x+3)\left(\frac{-x^2-3x+1}{x^2+2x-5}\right)$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

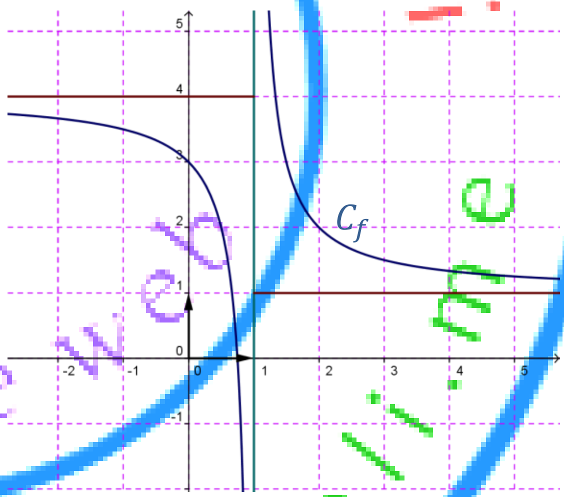
2) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$

3) **a)** Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+5}+3}$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$

Exercice 3

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f



1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Déterminer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x^2+x-2}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

3) Calculer $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$

4) La fonction f admet –elle une limite en 1 ? Justifier.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+2x+3}{|x-1|}$

1) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2) **a)** Calculer $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

b) La fonction f admet-elle une limite en 1 ?

Exercice 6

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

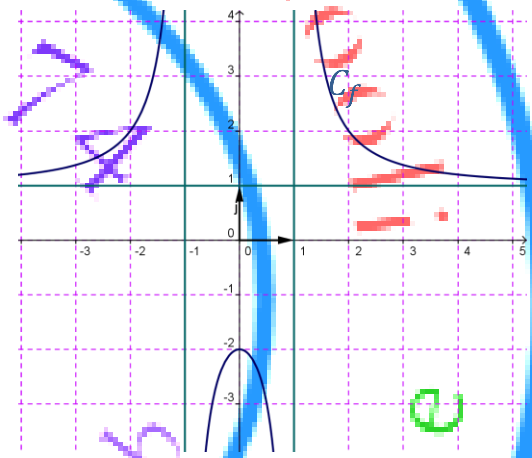
2) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

3) **a)** Montrer que pour tout $x \in [2, +\infty[$ on a : $f(x) - x = \frac{-2}{\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1}$

b) En déduire $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x]$

Exercice 7

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f



1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

$\lim_{x \to -1^-} f(x)$; $\lim_{x \to -1^+} f(x)$; $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \to 1^+} f(x)$

3) Donner le signe de $f(x)$ pour tout $x \in D_f$

4) Dresser le tableau de variation de f

Exercice 8

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{2x^2+1} + x & si \quad x \leq 2 \\ f(x) = \frac{2x^2-3x-2}{x-2} & si \quad x > 2 \end{cases}$

1) Calculer $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ conclure

2) Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

3) Calculer $f(0)$ puis $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$

4) Soit h la fonction définie sur $]2, +\infty[$ par $h(x) = f(x) - 2x$

Calculer $\lim_{x \to +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \to 2^+} h(x)$

Exercice 9

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x-2}{x^2-1}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

2) Montrer qu'il existe deux réels a et b que l'on déterminera tels que pour tout x de D_f on a : $f(x) = 1 + \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$

3) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

Exercice 10

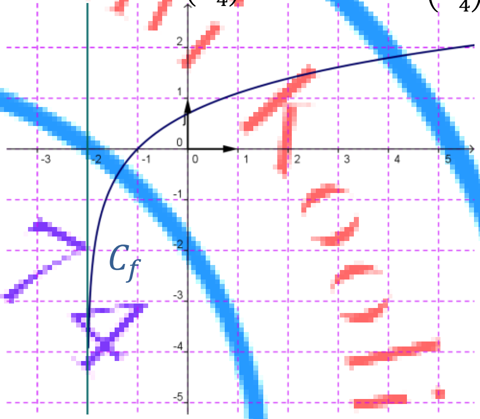
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2-3x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1} f(x)$; $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{4}\right)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{4}\right)^+} f(x)$

Exercice 11

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f



1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

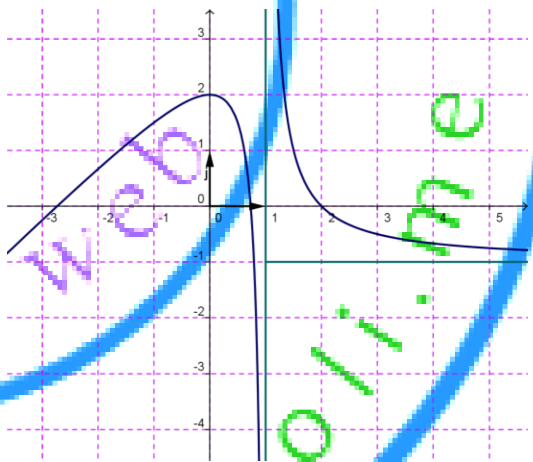
1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) Donner le signe de $f(x)$ pour tout $x \in D_f$

4) Dresser le tableau de variation de f

Exercice 12

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f



1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$;

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

3) Dresser le tableau de variation de f

Exercice 13

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{3x^2+1} + 3x & si \quad x \le 1 \\ f(x) = \frac{3x^2-x-2}{x-1} & si \quad x > 1 \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Calculer $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ La fonction f admet-elle une limite en 1 ? Justifier

3) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

4) Soit h la fonction défine sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = f(x) - 3x$

Calculer $\lim\limits_{x\to1^+} g(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$