

Exercice 1

Calculer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$ et en $+\infty$

$$f(x) = x^3 + 2x - 4 \quad f(x) = x^4 + 3x - 5 \quad f(x) = -x^2 + 4x - 1 \quad f(x) = x^7 - 2x + 2$$

$$f(x) = \frac{x^3 - x - 1}{x^2 + 3x - 2} \quad f(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 5}{3x^2 - 4x + 1} \quad f(x) = \frac{4x^3 + 3x - 2}{-2x^4 - x + 3}$$

$$f(x) = (3x - 1) \left(\frac{x+2}{-x^2+3} \right) \quad f(x) = (-2x + 3) \left(\frac{-x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x - 5} \right)$$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$
- 3) a) Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+5}+3}$

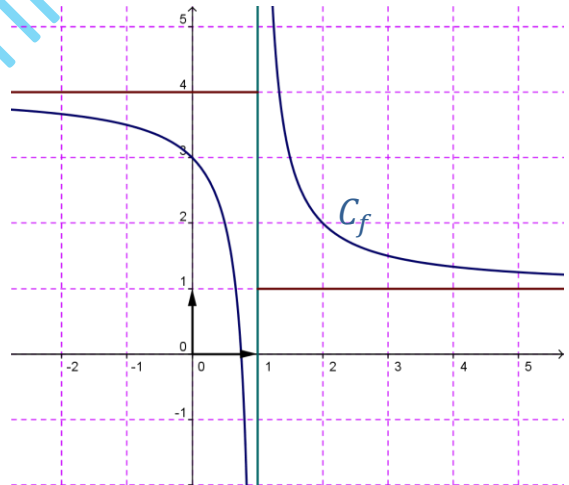
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

Exercice 3

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$



Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x^2+x-2}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- 4) La fonction f admet-elle une limite en 1 ? Justifier.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+2x+3}{|x-1|}$

- 1) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

b) La fonction f admet-elle une limite en 1 ?

Exercice 6

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

3) a) Montrer que pour tout $x \in [2, +\infty[$ on a : $f(x) - x = \frac{-2}{\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + 1}$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$

Exercice 7

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f

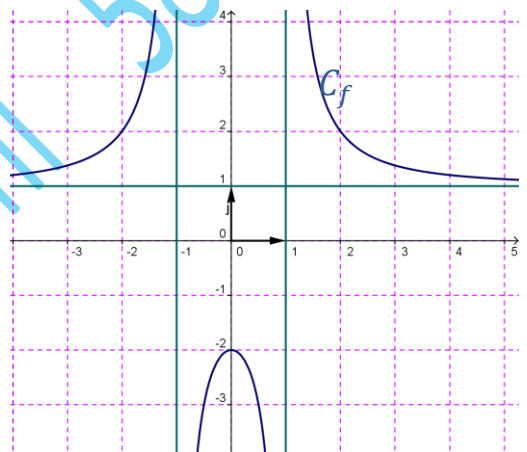
1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

3) Donner le signe de $f(x)$ pour tout $x \in D_f$

4) Dresser le tableau de variation de f



Exercice 8

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{2x^2 + 1} + x & \text{si } x \leq 2 \\ f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ conclure

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) Calculer $f(0)$ puis $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

4) Soit h la fonction définie sur $]2, +\infty[$ par $h(x) = f(x) - 2x$

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} h(x)$

Exercice 9

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{x^2 - 1}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

2) Montrer qu'il existe deux réels a et b que l'on déterminera tels que pour tout x de D_f on a :

$$f(x) = 1 + \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

- 3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Exercice 10

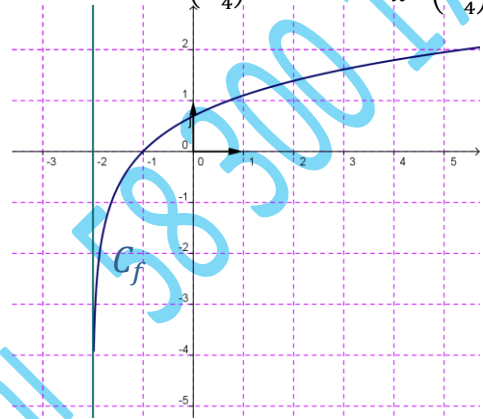
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x - 1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^+} f(x)$

Exercice 11

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f

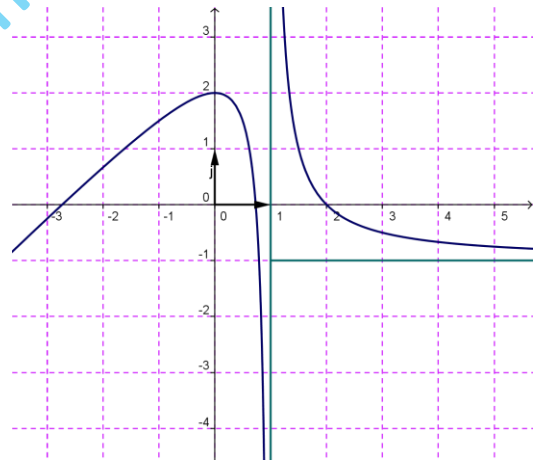
- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 3) Donner le signe de $f(x)$ pour tout $x \in D_f$
- 4) Dresser le tableau de variation de f



Exercice 12

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- 3) Dresser le tableau de variation de f



Exercice 13

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{3x^2 + 1} + 3x & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ La fonction f admet-elle une limite en 1 ? Justifier
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 4) Soit h la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = f(x) - 3x$

Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$