Douma Ali 3ème Maths 03/02/2024

Nombres complexes

Exercice N 1

soit z un nombre complexe tel que:zi. On pose $z = x + iy$ avec $(x; y) \in \mathbb{R}$. Soit le nombre complexe: $Z = \dfrac{z+2}{z-i}$

1. Montrer que: $Re(Z) = \dfrac{x^2+y^2+2x-y}{x^2+(y-1)^2}$ et $Im(Z) = \dfrac{x-2y+2}{x^2+(y-1)^2}$
2. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que Z est réel
3. Déterminer l' ensemble des points $M(z)$ du plan tels que Z est imaginaire pur.
4. Déterminer l' ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $|Z| = 1$.

Exercice N 2

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 25 = 0$.
2. On considère dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v}$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 4 + 3i; b = 4 - 3i$ et $c = 10 + 3i$.
   Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
   - a) Montrer que l'affixe du point D l'image du point A par la translation t est $d = 10 + 9i$.
   - b) Vérifier que: $\dfrac{b-a}{d-a} = -\dfrac{1}{2}(1+i)$ et Écrire $-\dfrac{1}{2}(1+i)$ sous forme trigonométrique.
   - c) Montrer que: $\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}}\right) \equiv \dfrac{5\pi}{4}[2\pi]$

Exercice N 3

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 2i$, $b = \sqrt{3} + i$ et $c = \sqrt{3} + 3i$.

1. Écrire les deux nombres complexes b et c sous forme trigonométrique.
2. Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\dfrac{b-a}{c-a}$.
   En déduire la nature du triangle ABC .
3. Vérifier que: $b = c - a$ puis en déduire la nature du quadrilatère $OBCA$.
4. Montrer que c^{2007} est un réel négatif.

Exercice N 4

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = -\sqrt{2}, b = 1 + i$ et $c = 1 - i$.

1. a) Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe: $\dfrac{b-a}{c-a}$

b) En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right)$

2) Vérifier que (OA) est la médiatrice du segment $[BC]$ Et en déduire que: $\left(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB}\right) \equiv \frac{\pi}{8}[2\pi]$

3) a) Écrire sous forme algébrique puis trigonométrique le nombre complexe: $\frac{a-b}{a}$.

b) En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Exercice N 5

On considère les nombres complexes suivants: $a = 1 - i$, $b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ et $c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

1) a) Montrer que: $\frac{c}{a} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Puis Déterminer un argument du nombre $\frac{c}{a}$.

b) Déterminer un argument du nombre a puis déduire un argument du nombre c.

c) Vérifier que: $c = b - a$

2) Dans Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points $A(a), B(b)$ et $C(c)$.

a) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

b) Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right)$.

c) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que: $|z - c| = |z - a|$.

Exercice N 6

On considère dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives:
$a = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1)$ et $b = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$

1) Montrer que: $a^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ et que: $b = i\bar{a}$.

2) Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $4(\sqrt{3} + i)$

3) Déduire la forme trigonométrique des nombres complexes a et b .

4) Calculer $arg\left(\frac{b}{a}\right)$ puis déduire la nature du triangle OAB .

Exercice N 7

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
Soit la translation t de vecteur $\overrightarrow{u}$ d'affixe $2 - \sqrt{2} + i(2 - \sqrt{6})$.
Et on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$.

1) Donner l'écriture complexe de la translation t .

2) Déterminer b l'affixe du point B image du point A par la translation t.

3. on pose $c=\dfrac{a}{b}$.Écrire les nombres $a;b$ et c sous la forme trigonométrique

4. Écrire sous la forme algébrique le nombre c .

5. En déduire les valeurs de: $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$

6. Écrire sous la forme algébrique le nombre c^{2007}

Exercice N 8

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.
On considère les points A,B,S etΩ d'affixes respectives: $a=-2+4i, b=-4+2i, s=-5+5i$ et $\omega=-2+2i$
soit h l'homothétie de centre S et de rapport 3 .
On désigne par C l'image de A par l'homothétie h et D l'image de B par l'homothétie h .

1. a) Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h .
   b) Montrer que l'affixe du point C est $c=4+2i$ et l'affixe du point D est $d=-2-4i$.
   c) Montrer que les points A,B,C et D sont cocycliques.

2. soit P le milieu du segment $[AC]$.
   a) Déterminer p l'affixe du point P .
   b) Montrer que: $\dfrac{\omega-p}{d-p}=\dfrac{1}{2}i$. En déduire que: $DB=2P\Omega$ et que:$\left(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{P\Omega}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

Exercice N 9

1. Résoudre dans C l'équation: $\dfrac{1}{4}z^2-\sqrt{3}z+4=0$.

2. Dans Le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.
   On considère les points A,B et C d'affixes respectives:
   $a=2\sqrt{3}+2i, b=2\sqrt{3}-2i$ et $c=-8i$.
   a) Écrire sous la forme trigonométrique le nombre a et en déduire que a^{2022} est un réel négatif.
   b) Montrer que: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Et en déduire que le triangle OAB est équilatéral.

3. Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$.
   a) Montrer que: $z'=\left(-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z$
   b) Vérifier que $d=4\sqrt{3}+4i$ est l'affixe du point D l'image du point C par la rotation R.
   c) Calculer $\dfrac{d}{a}$ et en déduire que les points O,A et D sont alignés.

Exercice N 10

On considère les nombres complexes a et b tels que: $a=\sqrt{3}+i$ et $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$.

1) a) Vérifier que: $b=(1+i)a$.

b) En déduire que: $|b|=2\sqrt{2}$ et $arg(b)\equiv\left(\frac{5\pi}{12}\right)[2\pi]$

c) Déduire de ce qui précède que: $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

2) Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives a et b et le point C d'affixe c telle que $c=-1+i\sqrt{3}$.

a) Vérifier que $c=ia$ et en déduire que: $OA=OC$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

b) Montrer que le point B est l'image du point A par la translation t de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

c) En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré.

Exercice N 11

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $2z^2+2z+5=0$

2) Dans le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$,
on considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

a) Écrire sous la forme trigonométrique le nombre complexe $d=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) On considère le point A d'affixe et le point B image du point A par la rotation R . Soit b l'affixe du point B . Montrer que: $b=d.a$

3) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ et C l'image de B par la translation t et c l'affixe du point C .

a) Vérifier que: $c=b+a$ et en déduire que: $c=a\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

b) Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral.

Exercice N 12

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$.

2) Dans le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a=\sqrt{2}(1-i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Écrire a sous forme trigonométrique.

b) Vérifier que l'affixe du point B l'image du point A par la rotation R est:
$b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

3) a) On considère le point C d'affixe $c = 1 + i$,Montrer que: $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$.

b) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OD}$ et D l'image de B par la translation t
Montrer que: $OD = |b + c|$

c) En déduire que: $OD.BC = 2\sqrt{3}$

Exercice N 13

Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 7 + 2i, b = 4 + 8i$ et $c = -2 + 5i$.

1) a) Vérifier que: $(1 + i)(-3 + 6i) = -9 + 3i$, puis montrer que: $\dfrac{c - a}{b - a} = 1 + i$.

b) En déduire que: $AC = AB\sqrt{2}$ et donner une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

2) Soit R la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

a) Montrer que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $d = 10 + 11i$.

b) Calculer $\dfrac{d - c}{b - c}$ et en déduire que les points B, C et D sont alignés.

Exercice N 14

1) a) Résoudre dans £$\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 32 = 0$.

b) On considère le nombre complexe: $a = 4 + 4i$.
Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique, puis en déduire que a^{12} est un réel négatif.

2) Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 4 + 4i, b = 2 + 3i$ et $c = 3 + 4i$.
Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre C et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$

a) Montrer que: $z' = iz + 7 + i$.

b) Vérifier que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $d = 3 + 5i$.

c) Montrer que l'ensemble des points $M(z)$ tels que:$|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC) .

Exercice N 15

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation: $z^2 + 10z + 26 = 0$.

2) Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives: $a = -2 + 2i, b = -5 + i, c = -5 - i$ et $\omega = -3$.

a) Montrer que: $\dfrac{b - \omega}{a - \omega} = i$.

b) En déduire la nature du triangle ΩAB .

3. Soit D l'image du point C par la translation t du vecteur $\overrightarrow{u}$ d'affixe $6+4i$.

   a. Montrer que l'affixe d du point D est: $d = 1+3i$.

   b. Montrer que $\dfrac{b-d}{a-d} = 2$: puis déduire que le point A est le milieu du segment $[BD]$.

Exercice N 16

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - \sqrt{2}z + 2 = 0$.

2. On considère le nombre complexe: $u = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

   a. Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que : $\arg(u) \equiv \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$.

   b. En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique .
   Montrer que: u^6 est un nombre réel.

3. Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$.
Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

   a. Exprimer z' en fonction de z .

   b. Vérifier que B est l'image de A par la rotation R et en déduire que le triangle OAB est équilatéral.

Exercice N 17

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 41 = 0$.

2. Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives: $a = 4+5i, b = 3+4i, c = 6+7i$ et $\omega = 4+7i$.

   a. Calculer $\dfrac{c-b}{a-b}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.

   b. Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$. Montrer que: $z' = -iz - 3 + 11i$

   c. Déterminer l'image du point C par la rotation R ,puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\dfrac{a-\omega}{c-\omega}$

Exercice N 18

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 4z + 29 = 0$.

2. Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points Ω, A et B d'affixes respectives: $\omega = 2+5i, a = 5+2i$ et $b = 5+8i$.

   a. Soit u le nombre complexe tel que $u = b - \omega$.
   Vérifier que $u = 3+3i$ puis montrer que $\arg(u) \equiv \dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

b) Déterminer un argument du nombre complexe $\bar{u}$.

c) Vérifier que: $a-\omega=\bar{u}$ puis en déduire que:$\Omega A=\Omega B$ et $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2]$.

d) On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
Déterminer l'image du point A par la rotation R.

Exercice N 19

1) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l' équation: $(E):z^2-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)z+16=0$.

a) Vérifier que: $\Delta=-4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$.

b) En déduire les solutions de l'équation (E) .

2) On considère les nombres complexes: $a=(\sqrt{6}+\sqrt{2})+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$, $b=1+i\sqrt{3}$ et $c=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$.

a) Vérifier que: $b\bar{c}=a$ puis déduire que: $ac=4b$.

b) Écrire les deux nombres complexes a et b sous forme trigonométrique.

c) En déduire que:$a=4\left(cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+isin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

3) Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.
On considère les points $B;C$ et D d'affixes respectives $b;c$ et d tel que $d=a^4$.
Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{12}$.

a) Vérifier que: $z'=\frac{1}{4}az$.

b) Déterminer l'image du point C par la rotation R

c) Déterminer la nature du triangle OBC.

d) Montrer que $a^4=128b$ et en déduire que les points $O;B$ et D sont alignés.

Exercice N 20

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2-\sqrt{2}z+1=0$.

2) On pose : $a=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$.

a) Écrire a sous forme trigonométrique puis en déduire que a^{2020} est un nombre réel.

b) Soit le nombre complexe : $b=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$. Montrer que: $b^2=a$.

3) Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.
On considère les points A,B et C d'affixes respectives $a;b$ et c tel que $c=1$.
Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ et qui est transformer le point M d'affixe z au point M' d'affixe z' .

a) Vérifier que: $z' = bz$.

b) Déterminer l'image du point C par la rotation R , et Montrer que le point A est l'image du point B par la rotation R .

4) a) Montrer que: $|a-b| = |b-c|$ puis en déduire la nature du triangle ABC .

b) Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$.

5) On considère la translation t de vecteur $\overrightarrow{u}$, et soit le point D l'image du point A par la translation t.

a) Vérifier que l'affixe du point D est b^2+1.

b) Montrer que : $\dfrac{b^2+1}{b} = b + \bar{b}$ puis en déduire que les points $O; B$ et D sont alignés.

Exercice N 21

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 3z + 3 = 0$.

b) On pose $a = \dfrac{3}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Écrire a sous forme trigonométrique.

2) On considère le nombre complexe $b = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ .Vérifier que $b^2 = i$.

3) On pose : $h = \cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ .Montrer que $h^4 + 1 = a$.

4) Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère le point B d'affixe b et R la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

a) Soit c l'affixe du point C image du point B par la rotation R . Montrer que: $c = ib$.

b) En déduire la nature du triangle OBC .

Exercice N 22

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 25 = 0$.

2) On considère dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points $A; B; C$ et D d'affixes respectives: $a = 3+4i; b = 3-4i; c = 2+3i$ et $d = 5+6i$

a) Calculer $\dfrac{d-c}{a-c}$ et en déduire que les pointsA, C et D Sont alignés.

b) Montrer que le nombre complexe $p = 3+8i$ est l'affixe du point P l'image du point A par l'homothétie de centre B et de rapport $\dfrac{3}{2}$.

3) Écrire le nombre $\dfrac{d-p}{a-p}$ sous forme trigonométrique .
En déduire que $\dfrac{\pi}{4}$ est la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PD}\right)$ et $PA = \sqrt{2}PD$.

Exercice N 23

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.

2. On pose $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
Écrire a sous forme trigonométrique puis en déduire que a^8 est un nombre réel.

3. Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a; b$ et c tels que: $b = \sqrt{2}+1+i$ et $c = \overline{b}$
Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$.

   a. Montrer que: $z' = az$.

   b. Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle OBC.

   c. En déduire que $\arg b \equiv \dfrac{1}{2} \arg a [2\pi]$ puis déterminer un argument du nombre complexe b.

4. On pose : $h = \cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$. Montrer que: $h^4 + a^8 + \sqrt{2} = b$

Exercice N 24

Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = \sqrt{3} + i, b = 1 + i$ et $c = 1 - i\sqrt{3}$.

1. Déterminer la forme trigonométrique de $a; b$ et c .

2. Montrer que: $a^{24} + b^{24}$ est un nombre réel.

3. Donner la forme trigonométrique de $\dfrac{c}{a}$ et en déduire la nature du triangle OAC .

4. Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{CO}$ et D l'image de A par la translation T avec d l'affixe de D

   a. Montrer que: $d = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$.

   b. Vérifier que: $d = ab$.

   c. En déduire $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$

5. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que:$|z - 1 - i| = 6$

Exercice N 25

Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 9 + i, b = 9 - i$ et $c = 11 - i$.

1. a. Montrer que: $\dfrac{c - b}{a - b} = -i$.

   b. En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle en B

2. Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe 4(1-i).

3. Montrer que: (c-a)(c-b)=4(1-i) et en déduire que: ACBC=42.

Exercice N 26

1. On considère les nombres complexes suivants: $a = -\sqrt{2}(1+i)$ et $b = -\sqrt{3} + i$.
   - a) Déterminer la forme trigonométrique des nombres a et b .
   - b) Montrer que: $a^{1}2 + b^{1}2 = 0$.
   - c) Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $Z = \overline{a}b^2$.
2. Montrer les égalités suivantes: $\left(\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2016} = 1$ et $\left(\dfrac{i+\sqrt{3}}{2}\right)^{37} = \dfrac{i+\sqrt{3}}{2}$.
3. On considère le nombre complexe: $z = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
   - a) Calculer z^2 puis déterminer $|z^2|$ et $\arg(z^2)$.
   - b) En déduire une écriture trigonométrique du nombre complexe z .
   - c) Déduire de ce qui précède, les valeurs de $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$

     puis celle de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.
   - d) Vérifier que: $z^{2016} \in \mathbb{R}_+$

Exercice N 27

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 12z + 61 = 0$.
2. Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
   On considère les points A, Bet C d'affixes respectives: $a = 6-5i, b = 4-2i$ et $c = 2+i$.
   - a) Calculer $\dfrac{a-c}{b-c}$ et en déduire que les points A, B et C Sont alignés.
   - b) On considère la translation t de vecteur $\overrightarrow{u}$ $1+5i$.
     Vérifier que l'affixe du point D image du point C par La translation t est $d = 3+6i$.
   - c) Montrer que: $\dfrac{d-c}{b-c} = -1+i$ et que $\dfrac{3\pi}{4}$ est un argument du nombre complexe $-1+i$.
   - d) En déduire la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right)$.

Exercice N 28

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 6z + 18 = 0$
2. Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
   On considère les points A et B d'affixes respectives: $a = 3+3i$ et $b = 3-3i$.
   - a) Écrire les nombres complexes a et b sous forme trigonométrique.
   - b) Montrer que b' l'affixe du point B' l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ est 6.
   - c) Montrer que: $\dfrac{b-b'}{a-b'} = i$ et en déduire le triangle $AB'B$ est isocèle et rectangle en B'.
   - d) En déduire que le quadrilatère $OAB'B$ est un carré.