Nombre dérivé $3^{ème}$ Sc Expérimentales

Exercice 1

En utilisant la définition du nombre dérivé calculer pour chacune des fonctions ci-dessous le nombre dérivé de a indiqué :

$f(x)=x^2-2x-2 \quad a=1$; $\quad f(x)=\frac{2x-1}{x+2} \quad a=-1$; $\quad f(x)=\sqrt{x-3} \quad a=4$

$f(x)=(2x-1)^2 \quad a=-1$; $\quad f(x)=\frac{x^2-3x-3}{x-2} \quad a=3$; $\quad f(x)=\sqrt{3x+1}-2 \quad a=1$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ par $f(x)=\sqrt{2x+1}$

1) Etudier la dérivabilité de f en $-\frac{1}{2}$

2) a) Donner en utilisant la définition du nombre dérivé le nombre dérivé en $a\in\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

   b) En déduire le nombre dérivé de 0

   c) Donner alors une estimation de $\sqrt{1,002}$

2) Soit T la tangent à la courbe de f au point d'abscisse 0, donner une équation cartésienne de T.

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $[-3,+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x+3}$ et soit (C) sa courbe représentative.

1) Déterminer le nombre dérivé de f en 1.
2) Donner une approximation affine de $f(1,001)$
3) Soit T la tangente à (C) au point d'abscisse 1, déterminer une équation de T.

Exercice 4

Déterminer dans chaque cas $f'(a)$ tout en donnant une condition sur a s'il y a lieu.

$f(x)=3x^2-4x+15 \quad f(x)=\frac{2x+3}{4x-1} \quad f(x)=(-x^2+3x-2)(2x^2+x-1)$

$f(x)=\frac{2(x^2-1)}{x^2+1} \quad f(x)=(x^3-x^2+2)^3 \quad f(x)=\frac{3x-1}{x+2} \quad f(x)=\sqrt{2x-2}$

$f(x)=\frac{3}{2x-4} \quad f(x)=\frac{1}{-2x^2+x+1} \quad f(x)=-4\sqrt{-3x+6} \quad f(x)=\frac{(x^2-x+1)^2}{x^2+4}$

Exercice 5

Calculer les limites suivantes en utilisant le nombre dérivé d'une fonction que l'on déterminera.

a) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{x^2-9}{x+3}$ b) $\lim\limits_{x\to-2}\frac{\sqrt{-x+2}-2}{x+2}$ c) $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{-2x+6}-2}{x-1}$

d) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\frac{-3}{x^2+3}+1}{x}$ e) $\lim\limits_{x\to-2}\frac{\frac{x+3}{x+1}+1}{x+2}$ f) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

Exercice 6

Soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+2x+2$ et $g(x)=-x^2+2x+2$ et soient C_f et

C_g leurs courbes représentatives.

1) Montrer que C_f et C_g admettent un seul point d'intersection que l'on notera A.

2) Montrer que les corbes C_f et C_g admettent au point A la même tangente T dont on donnera une équation.

3) Etudier la position de T par rapport à C_f et à C_g.

Exercice 7

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{3x+1} & si \quad x \geq 1 \\ f(x) = x^3 + x & si \quad x < 1 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 1.

2) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1.

b) Déterminer une équation cartésienne de la demi-tangente T à C_f à gauche en 1.

3) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.

b) Donner une équation cartésienne de la demi-tangente T' à C_f à droite en 1.

4) La fonction f est-elle dérivable en 1 ?

Exercice 8

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1 & si\ x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x} + 1 & si\ x > 1 \end{cases}$

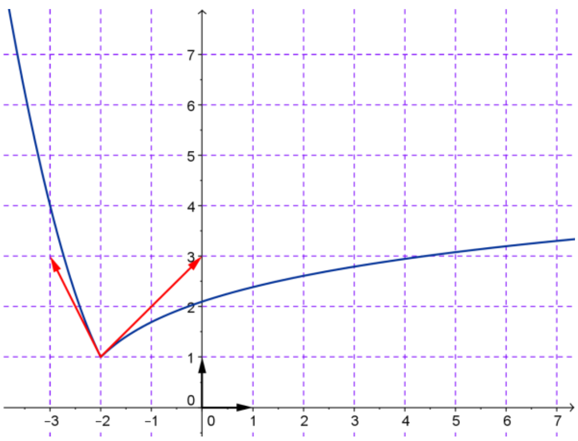
1) a) Montrer que f est dérivable à gauche en 1 et déterminer $f'_g(1)$.

b) f est-elle dérivable en 1 ? Justifier.

2) Trouver une approximation affine de chacun des réels : $f(0,99)$ et $f(1,01)$.

Exercice 9

On donne ci-contre la courbe d'une fonction f.



1) Déterminer le domaine de définition de f.

2) a) Déterminer $f(-2)$

b) $\lim\limits_{x \to -2^-} \frac{f(x)-1}{x+2}$ et $\lim\limits_{x \to -2^+} \frac{f(x)-1}{x+2}$

c) Déterminer le domaine de dérivabilité de f.

2) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$