

Exercice 1

En utilisant la définition du nombre dérivé calculer pour chacune des fonctions ci-dessous le nombre dérivé de a indiqué :

$$f(x) = x^2 - 2x - 2 \quad a = 1 ; \quad f(x) = \frac{2x-1}{x+2} \quad a = -1 ; \quad f(x) = \sqrt{x-3} \quad a = 4$$

$$f(x) = (2x-1)^2 \quad a = -1 ; \quad f(x) = \frac{x^2-3x-3}{x-2} \quad a = 3 ; \quad f(x) = \sqrt{3x+1} - 2 \quad a = 1$$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ par $f(x) = \sqrt{2x+1}$

- 1) Etudier la dérivabilité de f en $-\frac{1}{2}$
- 2) a) Donner en utilisant la définition du nombre dérivé le nombre dérivé en $a \in \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$.
 b) En déduire le nombre dérivé de 0
 c) Donner alors une estimation de $\sqrt{1,002}$
- 2) Soit T la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0, donner une équation cartésienne de T .

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $[-3, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x+3}$ et soit (C) sa courbe représentative.

- 1) Déterminer le nombre dérivé de f en 1.
- 2) Donner une approximation affine de $f(1,001)$
- 3) Soit T la tangente à (C) au point d'abscisse 1, déterminer une équation de T .

Exercice 4

Déterminer dans chaque cas $f'(a)$ tout en donnant une condition sur a s'il y a lieu.

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 15 \quad f(x) = \frac{2x+3}{4x-1} \quad f(x) = (-x^2 + 3x - 2)(2x^2 + x - 1)$$

$$f(x) = \frac{2(x^2-1)}{x^2+1} \quad f(x) = (x^3 - x^2 + 2)^3 \quad f(x) = \frac{3x-1}{x+2} \quad f(x) = \sqrt{2x-2}$$

$$f(x) = \frac{3}{2x-4} \quad f(x) = \frac{1}{-2x^2+x+1} \quad f(x) = -4\sqrt{-3x+6} \quad f(x) = \frac{(x^2-x+1)^2}{x^2+4}$$

Exercice 5

Calculer les limites suivantes en utilisant le nombre dérivé d'une fonction que l'on déterminera.

$$a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3} \quad b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{-x+2}-2}{x+2} \quad c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-2x+6}-2}{x-1}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3}{x^2+3} + 1 \quad e) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{x+1} + 1 \quad f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

Exercice 6

Soit la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{3x+1} & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = x^3 + x & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- 1) Montrer que f est continue en 1.
- 2) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1.
b) Déterminer une équation cartésienne de la demi-tangente T à C_f à gauche en 1.
- 3) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.
b) Donner une équation cartésienne de la demi-tangente T' à C_f à droite en 1.
- 4) La fonction f est-elle dérivable en 1 ?

Exercice 7

Soient les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2x + 2$ et $g(x) = -x^2 + 2x + 2$ et soient C_f et C_g leurs courbes représentatives.

- 1) Montrer que C_f et C_g admettent un seul point d'intersection que l'on notera A .
- 2) Montrer que les courbes C_f et C_g admettent au point A la même tangente T dont on donnera une équation.
- 3) Etudier la position de T par rapport à C_f et à C_g .

Exercice 8

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x} + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) a) Montrer que f est dérivable à gauche en 1 et déterminer $f'_g(1)$.
b) f est-elle dérivable en 1 ? Justifier.
- 2) Trouver une approximation affine de chacun des réels : $f(0,99)$ et $f(1,01)$.