<u>***Homothétie 2ème Sciences***</u>

Exercice 1

Soit ABCD un carré de centre O. Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1) Construire les points B', C', D' et O'images respectifs des points B, C, D et O par h.

2) Montrer que $AB'C'D'$ est un carré de centre O'.

3) Déterminer le rapport k de l'homothétie h' de centre C et qui transforme O en O'.

Exercice 2

Soit ABC un triangle et O le point vérifiant $\overrightarrow{OA} = \frac{5}{2}\overrightarrow{OC}$

On considère l'application $f : P \to P :\ M \mapsto M'$ tel que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - \frac{5}{2}\overrightarrow{MC}$

1) **a)** Montrer que f est une homothétie (qu'on notera h) de centre O et de rapport $\frac{5}{2}$

b) Faire une figure

2) La parallèle à (AB) passant par C coupe la droite (OB) en H

a) Montrer que $B = f(H)$

b) En déduire la valeur de $\frac{HC}{AB}$

Exercice 3

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O. Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1) Construire le point I tel que $I = h(B)$

2) La parallèle à la droite (BD) passant par I coupe la droite (AD) en J

a) Montrer que $h((BD)) = (IJ)$

b) En déduire en justifiant $h(D)$

3) Soit K le milieu du segment $[IJ]$. Montrer que les points A, K et O sont alignés

4) Soit C_1 le cercle de centre O et passant par B et le cercle C_2 de diamètre $[IJ]$

Montrer que C_2 est l'image de C_1 par h

Exercice 4

Soient A et B deux points distincts du plan et G le barycentre des points pondérés $(A, 3)$ et $(B, -2)$

On considère l'application $f : P \to P :\ M \mapsto M'$ tel que : $3\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}$

1) Montrer que f est une homothétie (qu'on notera h) de centre G et de rapport $\frac{2}{3}$

2) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre B et de rayon $R = 3$ et $\mathcal{C}'$ le cercle de centre A et de rayon $R' = 2$

Montrer que $\mathcal{C}' = h(\mathcal{C})$

3) Soit M un point de $\mathcal{C}$ et de $\mathcal{C}'$ la droite Δ passant par A et parallèle à (BM) coupe (GM) en N

a) Déterminer $h((BM))$

b) En déduire que $h(M) = N$

Exercice 5

Soit $ABCD$ un carré de centre O. On désigne par C le cercle circonscrit à ce carré, M un point de C distinct des points A ; B ; C et D et soit I le milieu du segment $[AB]$.

1) Soit h l'homothétie de centre C et de rapport 2. On pose $E = h(D)$ et $F = h(B)$

a) Faire une figure

b) Montrer que A est le milieu du segment $[EF]$.

2) Soit h' l'homothétie de centre F et qui transforme E en A

a) Déterminer le rapport de l'homothétie h'.

b) Déterminer $h'(C)$ et en déduire $h'(D)$.

3) **a)** Déterminer $h'((AD))$

b) Soit $M' = h(M)$. Déterminer et construire l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle $\mathcal{C}$.

Exercice 6

Soient A et B deux points distincts du plan et G tel que $\overrightarrow{GA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

On considère l'application $f : P \to P : M \mapsto M'$ tel que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$

1) Montrer que f est une homothétie (qu'on notera h) de centre G et de rapport $\frac{2}{3}$

2) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre A et de rayon $R = 2$ et $\mathcal{C}'$ le cercle de centre B et de rayon $R' = 3$

Montrer que $\mathcal{C}' = h(\mathcal{C})$

3) **a)** Soit Δ la droite passant par B et perpendiculaire à (AG). Δ coupe $\mathcal{C}'$ en K et soit Δ' la droite passant par A et parallèle à Δ. Montrer que $\Delta' = h(\Delta)$

b) La droite Δ' coupe $\mathcal{C}$ en L [K et L sont dans le même demi plan de frontière (AB)]

Montrer que $\Delta' \cap (GK) = \{L\}$

c) En déduire que $h(L) = K$