Homothétie 2ème Sciences

Exercice 1

Soit ABCD un carré de centre O. Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1) Construire les points B', C', D' et O'images respectifs des points B, C, D et O par h.
2) Montrer que $AB'C'D'$ est un carré de centre O'.
3) Déterminer le rapport k de l'homothétie h' de centre C et qui transforme O en O'.

Exercice 2

Soit $ABCD$un parallélogramme de centre O. Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1) Construire le point I tel que $I = h(B)$
2) La parallèle à la droite (BD) passant par I coupe la droite (AD) en J

   a) Montrer que $h((BD)) = (IJ)$

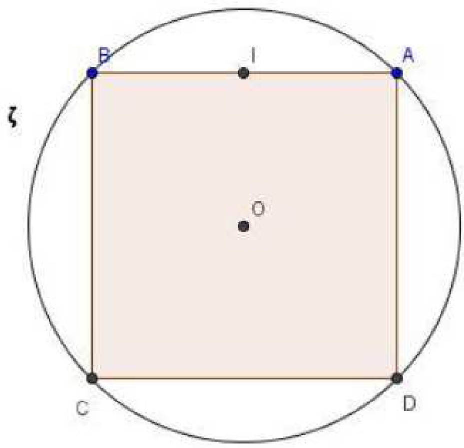
   b) En déduire en justifiant $h(D)$
3) Soit K le milieu du segment $[IJ]$. Montrer que les points A, K et O sont alignés
4) Soit C_1 le cercle de centre O et passant par B et le cercle C_2 de diamètre $[IJ]$

Montrer que C_2 est l'image de C_1 par h

Exercice 3

Soit un carré $ABCD$ de centre O. On désigne par ζ le cercle circonscrit au carré $ABCD$, M un point de ζ distinct des points A, B, C et D et I le milieu du segment $[AB]$.

1. **Soit h l'homothétie de centre C et de rapport 2. On pose $E = h(D)$ et $F = h(B)$.**
   a. **Construire les points E et F (page 2).**
   b. **Montrer que A est le milieu du segment $[EF]$.**
2. **Soit h' l'homothétie de centre F qui transforme E en A.**
   a. **Déterminer le rapport de l'homothétie h'.**
   b. **Déterminer $h'(C)$. En déduire $h'(D)$.**
3. **Déterminer $h'\big((AD)\big)$.**
4. **Soit $M' = h(M)$. Déterminer et construire l'ensemble des points de M' quand M décrit ζ.**



Exercice 4

Soient A et B deux points distincts du plan et G le b.p.p (A,3) et (B, - 2).

On considère f :P→P ; M⟼M' tel que : $3\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}$.

1/ Montrer que f est une homothétie (qu'on notera) de centre G et de rapport $\frac{2}{3}$.

2/ Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre B et de rayon R=3cm et $\mathcal{C}'$ le cercle de centre A et de rayon R'=2cm.Montrer que $\mathcal{C}' = h(\mathcal{C})$.

3/ Soit M un point de $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}'$ (voir la figure), la droite Δ passant par A et parallèle à (BM) coupe (GM) en N.

a) Déterminer h((BM)) et h((GM))

b) En déduire que h(M)=N.

Exercice 5

Soient A et B deux points distincts du plan et G le point tel que : $\overrightarrow{GA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{GB} = \vec{0}$.

On considère $f : P \to P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que : } \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MB}.$$

1) Montrer que f est une homothétie (qu'on note par h) de centre G et de rapport $\frac{2}{3}$.
2) Soient $\mathscr{C}_1$ le cercle de centre A et de rayon R_1=2cm et $\mathscr{C}_2$ le cercle de centre B et de rayon R_2=3cm. Montrer que $\mathscr{C}_1 = h(\mathscr{C}_2)$ (faire un dessin).
3) a) Une droite Δ passant par B et perpendiculaire à (AG). Δ coupe $\mathscr{C}_2$ en K et Δ' une droite passant par A et parallèle à Δ. Montrer que $\Delta' = h(\Delta)$.

   b) Δ' coupe $\mathscr{C}_1$ en L (K et L sont de la même côté de la droite (AB)). Montrer que $\Delta' \cap (GK) = \{L\}$

Exercice 6

Soit le triangle ABC et O le point du plan qui vérifie : $\overrightarrow{OA} = \frac{5}{2}\overrightarrow{OC}$

et l'application : $f : P \to P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que: } \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - \frac{5}{2}\overrightarrow{MC}$$

1) Montrer que f est une homothétie (h) de centre O et de rapport $\frac{5}{2}$.
2) Construire O.
3) La parallèle à (AB) passant par C coupe (OB) en H :
   a) Montrer que B=f(H).
   b) En déduire la valeur du $\frac{HC}{AB}$.