Géométrie analytique 2ème Sciences

Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Exercice 1

On donne les points $A(1, 2)$; $B(-1, 1)$ et $C(3, -2)$

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB)

2) **a)** Donner une équation cartésienne de la droite Δ perpendiculaire à (AB) et passant par C.

b) Vérifier que le point $A \in \Delta$

c) En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 2

Soit les droites $\Delta_m : (2m - 1)\,x - (5m + 3)\,y + 19m + 7 = 0$ où m est un paramètre réel.

1) Tracer les droites Δ_0 ; Δ_1 et Δ_3 et vérifier qu'elles sont concourantes en un point A dont on déterminera les coordonnées.

2) En déduire que toutes les droites de cette famille passent par A.

3) Déterminer le réel m dans chacun des cas suivant :

pour que

a) La droite Δ_m ait pour coefficient directeur 2.

b) La droite Δ_m a pour vecteur directeur $\vec{u} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath}$.

c) La droite Δ_m soit parallèle à la droite $D : x + y - 3 = 0$.

d) La droite Δ_m soit perpendiculaire à la droite $D : x + y - 3 = 0$.

e) La droite Δ_m ait pour vecteur normal $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$.

Exercice 3

Soit ζ l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$.

1) Montrer que ζ est un cercle que l'on déterminera le centre I et le rayon R.

2) Soit la droite D d'équation : $x + y - 2 = 0$.

a) Montrer que ζ et D sont sécants.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de ζ et D.

Exercice 4

Soient $\zeta = \left\{M(x, y)/2MA^2 + MB^2 = \frac{3}{4}AB^2\right\}$ et les points $A(1, -1)$ et $B(0, 2)$.

1) Montrer que ζ est un cercle dont on déterminera le centre I et le rayon R.

2) Montrer que I est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, -1)$.

Exercice 5

Soient les points $A(1, 3)$, $B(-3, 0)$ et $C(-1, -1)$

1) **a)** Faire une figure.

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2) **a)** Vérifier que le point $I\left(-1\,,\frac{3}{2}\right)$ est le milieu du segment $[AB]$.

b) En déduire une équation cartésienne du cercle ζ circonscrit au triangle ABC.

3) Montrer que la droite D d'équation : $4x + 3y - 13 = 0$ est tangente au cercle ζ en A.

4) **a)** Déterminer une équation cartésienne de la droite D' parallèle à (BC) et passant par A.

b) La droite D' recoupe le cercle ζ en E, Déterminer les coordonnées du point E.

Exercice 6

On considère les points $A(-1\,,-6)$ et $B(3\,,2)$

1) **a)** Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est $2x - y - 4 = 0$

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant par O est perpendiculaire à (AB)

2) Soit C le cercle de diamètre $[OB]$

a) Donner une équation du cercle C

b) Montrer que C est circonscrit au triangle OBC

3) Soit D la droite d'équation : $-3x + 2y + 9 = 0$. Montrer que D est la tangente au cercle C issue de A

4) Soit Dm la droite d'équation $y = mx$ où m est un paramètre réel

a) Déterminer m pour que Dm soit parallèle à (AB)

b) Montrer que Dm est tangente à C si et seulement si $m = -\frac{3}{2}$

Exercice 7

On considère les points $A(4\,,2)$ et $B(1\,,-1)$

1) Montrer qu'une équation cartésienne de (AB) est $x - y - 2 = 0$

2) Soit C l'ensemble des points $M(x\,,y)$ du plan vérifiant : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

a) Montrer que C est un cercle de centre $I(1\,,2)$ et déterminer son rayon

b) Calculer $d\big(I\,,(AB)\big)$ et interpréter le résultat obtenu

c) Montrer que A et B appartiennent au cercle C

2) Soit E le symétrique du point B par rapport à I

a) Donner les coordonnées du point E

b) Donner une équation cartésienne de la droite T tangente à C en E

c) Déterminer les coordonnées du point F intersection de T et (AB). Déduire que $A = B * F$

Exercice 8

Soit C l'ensemble des points $M(x\,,y)$ du plan vérifiant : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 15 = 0$

1) Montrer que C est un cercle de centre $I(1\,,2)$ et déterminer son rayon

2) Soient les points $A(5\,,0)$ et $A'(-3\,,4)$

a) Vérifier que $[AA']$ est un diamètre du cercle C

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C et l'axe des abscisses

3) Soit Δ la droite d'équation $2x - y - 10 = 0$

a) Vérifier que Δ est tangente à C en A

b) Ecrire une équation cartésienne de la deuxième tangente Δ' à C est parallèle à Δ

4) Soit le point $B(9\ ,3)$, la droite (AB) recoupe le cercle C en un point E

a) Vérifier que les droites (OA') et (AB) son perpendiculaires

b) En déduire que les points O, A' et E sont alignés