Généralités sur les fonctions **$3^{ème}$ Sc Expérimentales**

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{x+3}{x-2}$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$ 3) $f(x)=\dfrac{-3}{|x|-2}$ 4) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+4}$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x|-2}}{x+1}$ 6) $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{2x^2-3x+2}$ 7) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{2x^2+5x-3}$

Exercice 2

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle I indiqué :

a) $f(x)=x^2-3x+2 \quad I=[2\,,3]$ b) $f(x)=\dfrac{2x-1}{3x-2} \quad I=[1\,,3]$ c) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+1} \quad I=[0\,,2]$

Exercice 3

Etudier la parité des fonctions suivantes : $f(x)=3x^2-2x+1$

$f(x)=3x^4+x^2$; $f(x)=-2x^2+3|x|-1$; $f(x)=\dfrac{x^3-x}{x^2+|x|}$; $f(x)=3x^2-2x$

Exercice 4

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :

1) La fonction $f(x)=x^3$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-5\,,6\}$ est impaire.

2) La fonction $f(x)=-2x^2$ définie sur $[-8\,,0[\,\cup\,]0\,,8]$ est paire.

3) La fonction $f(x)=\frac{-x}{1-x}$ est croissante sur $]1\,,+\infty[$

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=|x-2|+2|x|$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles

2) Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé $(O\,,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,)$

3) résoudre l'inéquation $f(x)\leq 3-x$

Exercice 6

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de .

2) Montrer que la fonction f est impaire .

3) Etudier le signe de $f(x)$ sur IR^*

4) Montrer que f est majorée sur $]0\,,+\infty[$ par .

5) Montrer que f est minorée sur $]-\infty\,,0[$ par -1 .

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=|2-x|+2|x+2|-x$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles .

2) Tracer C_f la courbe représentative de f.

Exercice 8

Soit g la fonction définie sur $[0\,,3[$ par $g(x) = \frac{1}{2}xE(x) - \frac{1}{2}E(x) + 1$.

1) Trouver l'expression simplifiée de $g(x)$ sur chacun des intervalles $[0\,,1[\,,[1\,,2[$ et $[2\,,3[$

2) Construire la représentation graphique de g

Exercice 9

Donner la réponse correcte.

1) La fonction $x \mapsto \frac{x}{|x|+1}$ est

a) Définie sur : i) $\mathbb{R}$; ii) $\mathbb{R}\backslash\{1\}$; iii) $\mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$.

b) i) Paire ; ii) impaire ; iii) ni paire ni impaire.

2) La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x}+1} + 2$

a) n'est pas majorée sur $\mathbb{R}$; b) n'est pas minorée sur $\mathbb{R}$; c) borée sur $\mathbb{R}$.

3) La fonction $x \mapsto -x + 1 + \frac{1}{x}$ est :

a) Croissante sur $]0,+\infty[$; b) décroissante sur $]0,+\infty[$;

c) n'est pas monotone sur $]0,+\infty[$

Exercice 10

Soit la fonction f définie par . $f(x) = x^2 - 2x - 3$

1) a) Montrer que $f(x) = (x-1)^2 - 4$

b) Déterminer le minimum de f sur IR

c) Montrer que f est croissante sur $[1\,,+\infty[$

2) a) Déterminer $f([2\,,3])$ puis $f([-1\,,2])$

b) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ possède une solution α dans l'intervalle $[2\,,3]$

Exercice 11

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 12x^2 + 60x + 71$

1) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) = 3(2x+5)^2 - 4$

b) En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) \geq -4$

2) Montrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a : $f(a) - f(b) = 12(a+b+5)(a-b)$

3) En déduire la monotonie de f sur les intervalles $\left]-\infty\,,-\frac{5}{2}\right]$ et $\left[-\frac{5}{2}\,,+\infty\right[$

Exercice 12

Soit la fonction f définie par :$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty\,,1]$

b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1\,,+\infty[$

Exercice 13

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Montrer que f est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty\,,1[$ et $]1\,,+\infty[$

Exercice 14

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et montrer que f est impaire.

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1\,,+\infty[$

   a) Montrer que $\forall x \in [1\,,+\infty[$ on a $g(x) = \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$

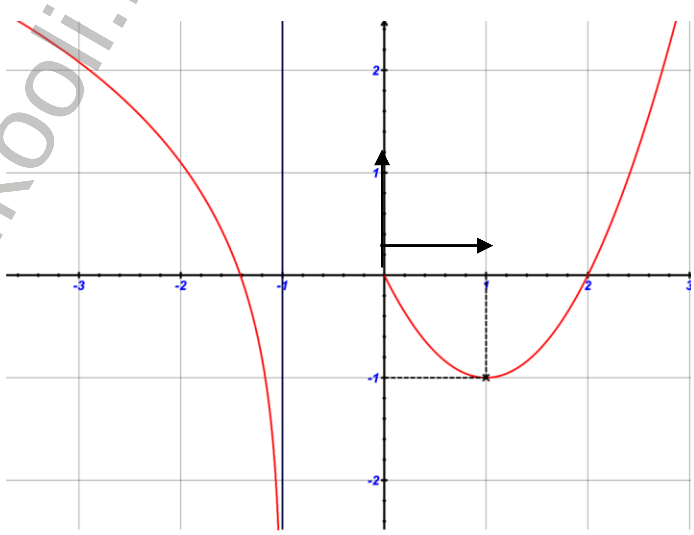
   b) Montrer que $\forall x \in [1\,,+\infty[$ on a $1 < g(x) \leq \sqrt{2}$

3) a) Montrer que g est décroissante sur $[1\,,+\infty[$

   b) En déduire $g([1\,,2])$.

Exercice 15

On donne ci-contre la courbe d'une fonction f.



1) Pour chacune des questions suivantes une et une seule réponse est exacte. Cocher la bonne réponse

   a) La fonction f est définie sur :

   $\mathbb{R}$ ☐ $]-\infty\,,-1[\,\cup\,[0\,,+\infty[$ ☐ $\mathbb{R}\backslash\{-1\,,0\}$ ☐

   b) L'équation $f(x) = 0$ admet :

   une solution ☐ deux solutions ☐ trois solutions ☐

   c) L'image de l'intervalle $]-\infty\,,-1[$ par la fonction f est :

   $\mathbb{R}$ ☐ $]-\infty\,,0]$ ☐ $]-\infty\,,-1[$ ☐

   d) Sur l'intervalle $[0\,,+\infty[$ la fonction f est :

   bornée ☐ minorée ☐ ni majorée ni minorée ☐

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = f(|x|)$

a) Etudier la parité de g.

b) Tracer C_g la courbe représentative de la fonction g.

Exercice 16

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f.

Répandre par Vrai ou Faux

a) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}^*$

b) La fonction f admet un maximum absolu égale à 2

c) L'équation $f(x) = -1$ admet dans $\mathbb{R}$ trois solutions.

d) La restriction de la fonction à l'intervalle $[0\,,+\infty[$ f est bornée