Géométrie analytique 2ème Sciences et Informatiques

Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 1

On donne les points $A(1, 2)$; $B(-1, 1)$ et $C(3, -2)$

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB)

2) a) Donner une équation cartésienne de la droite Δ perpendiculaire à (AB) et passant par C.

   b) Vérifier que le point $A \in \Delta$

   c) En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 2

Soit les droites Δ_m : $(2m - 1)x - (5m + 3)y + 19m + 7 = 0$ où m est un paramètre réel.

1) Tracer les droites Δ_0 ; Δ_1 et Δ_3 et vérifier qu'elles sont concourantes en un point A dont on déterminera les coordonnées.

2) En déduire que toutes les droites de cette famille passent par A.

3) Déterminer le réel m dans chacun des cas suivant :

pour que

   a) La droite Δ_m ait pour coefficient directeur 2.

   b) La droite Δ_m a pour vecteur directeur $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j}$.

   c) La droite Δ_m soit parallèle à la droite D : $x + y - 3 = 0$.

   d) La droite Δ_m soit perpendiculaire à la droite D : $x + y - 3 = 0$.

   e) La droite Δ_m ait pour vecteur normal $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$.

Exercice 3

Soit ζ l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$.

1) Montrer que ζ est un cercle que l'on déterminera le centre I et le rayon R.

2) Soit la droite D d'équation : $x + y - 2 = 0$.

   a) Montrer que ζ et D sont sécants.

   b) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de ζ et D.

Exercice 4

Soient $\zeta = \left\{M(x, y) / 2MA^2 + MB^2 = \frac{3}{4}AB^2\right\}$ et les points $A(1, -1)$ et $B(0, 2)$.

1) Montrer que ζ est un cercle dont on déterminera le centre I et le rayon R.

2) Montrer que I est le barycentre des points pondérés $(A\,,2)$ et $(B\,,-1)$.

Exercice 5

Soient les points $A(1\,,3)$, $B(-3\,,0)$ et $C(-1\,,-1)$

1) a) Faire une figure.

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2) a) Vérifier que le point $I\left(-1\,,\frac{3}{2}\right)$ est le milieu du segment $[AB]$.

b) En déduire une équation cartésienne du cercle ζ circonscrit au triangle ABC.

3) Montrer que la droite D d'équation : $4x+3y-13=0$ est tangente au cercle ζ en A.

4) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite D' parallèle à (BC) et passant par A.

b) La droite D' recoupe le cercle ζ en E, Déterminer les coordonnées du point E.

Exercice 6

On considère les points $A(-1\,,-6)$ et $B(3\,,2)$

1) a) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est $2x-y-4=0$

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant par O est perpendiculaire à (AB)

2) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[OB]$

a) Donner une équation du cercle $\mathcal{C}$

b) Montrer que $\mathcal{C}$ est circonscrit au triangle OBC

3) Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation : $-3x+2y+9=0$. Montrer que $\mathcal{D}$ est la tangente au cercle $\mathcal{C}$ issue de A

4) Soit $\mathcal{D}_m$ la droite d'équation $y=mx$ où m est un paramètre réel

a) Déterminer m pour que $\mathcal{D}_m$ soit parallèle à (AB)

b) Montrer que $\mathcal{D}_m$ est tangente à $\mathcal{C}$ si et seulement si $m=-\frac{3}{2}$

Exercice 7

On considère les points $A(4\,,2)$ et $B(1\,,-1)$

1) Montrer qu'une équation cartésienne de (AB) est $x-y-2=0$

2) Soit $\mathcal{C}$ l'ensemble des points $M(x\,,y)$ du plan vérifiant : $x^2+y^2-2x-4y-4=0$

a) Montrer que $\mathcal{C}$ est un cercle de centre $I(1\,,2)$ et déterminer son rayon

b) Calculer $d\big(I\,,(AB)\big)$ et interpréter le résultat obtenu

c) Montrer que A et B appartiennent au cercle $\mathcal{C}$

2) Soit E le symétrique du point B par rapport à I

a) Donner les coordonnées du point E

b) Donner une équation cartésienne de la droite T tangente à $\mathcal{C}$ en E

c) Déterminer les coordonnées du point F intersection de T et (AB). Déduire que $A = B * F$

Exercice 8

Soit $\mathcal{C}$ l'ensemble des points $M(x , y)$ du plan vérifiant : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 15 = 0$

1) Montrer que $\mathcal{C}$ est un cercle de centre $I(1 , 2)$ et déterminer son rayon

2) Soient les points $A(5 , 0)$ et $A'(-3 , 4)$

a) Vérifier que $[AA']$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et l'axe des abscisses

3) Soit Δ la droite d'équation $2x - y - 10 = 0$

a) Vérifier que Δ est tangente à $\mathcal{C}$ en A

b) Ecrire une équation cartésienne de la deuxième tangente Δ' à $\mathcal{C}$ est parallèle à Δ

4) Soit le point $B(9 , 3)$, la droite (AB) recoupe le cercle $\mathcal{C}$ en un point E

a) Vérifier que les droites (OA') et (AB) son perpendiculaires

b) En déduire que les points O, A' et E sont alignés