

Exercice 1

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle I indiqué :

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad I = [2, 3]$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} \quad I =]-\infty, 4]$

c) $f(x) = \frac{2x - 1}{3x - 2} \quad I = [1, 3]$

d) $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 1} \quad I = [0, 2]$

Exercice 2

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{x+3}{x-2}$

2) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$

3) $f(x) = \frac{-3}{|x| - 2}$

4) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 4}$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-\sqrt{x+2}}$

6) $f(x) = \sqrt{1 - \frac{4}{|x|}}$

7) $f(x) = \frac{\sqrt{|x|-2}}{x+1}$

8) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 3x + 2}$

9) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 5x - 3}$

17) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}}$

Exercice 3

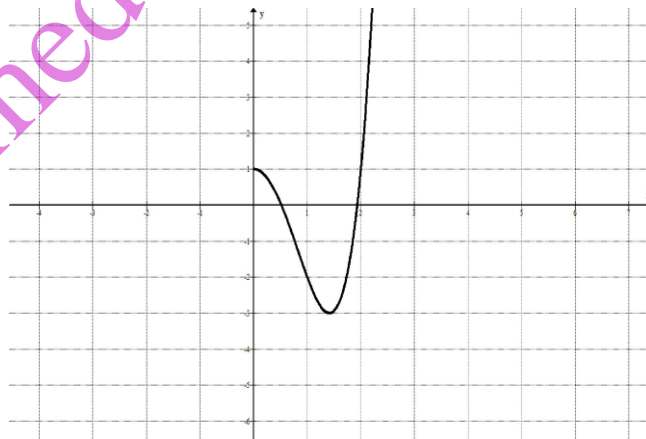
On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) - 2f(-x) = x^6 - 2x^2$

1) Montrer que la fonction f est paire.

2) Déterminer $f(x)$.

Exercice 4

On a tracé ci-dessous une branche d'une fonction f paire et définie sur \mathbb{R} . Acheter le tracé.

**Exercice 5**

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3(2x + 5)^2 - 4$

1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) \geq -4$

2) Montrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a : $f(a) - f(b) = 12(a + b + 5)(a - b)$

3) En déduire la monotonie de f sur les intervalles $] -\infty, -\frac{5}{2}]$ et $[-\frac{5}{2}, +\infty[$

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = |x| + |x - 2| + |4 - x|$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles.

2) Tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

Exercice 7

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty, 1]$
b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$

Exercice 8

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_f de f
- 2) Montrer que f est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

Exercice 9

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 3x$

- 1) Montrer que f est impaire
- 2) a) Soient a et b deux réels distincts, montrer que : $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = b^2 + ab + a^2 - 3$
b) En déduire que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty, 1]$ et $[1, +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur l'intervalle $[-1, 1]$

Exercice 10

Etudier la parité des fonctions suivantes : $f(x) = 3x^4 + x^2$ $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

$$f(x) = -2x^2 + 3|x| - 1 \quad f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + |x|} \quad f(x) = 3x^2 - 2x$$

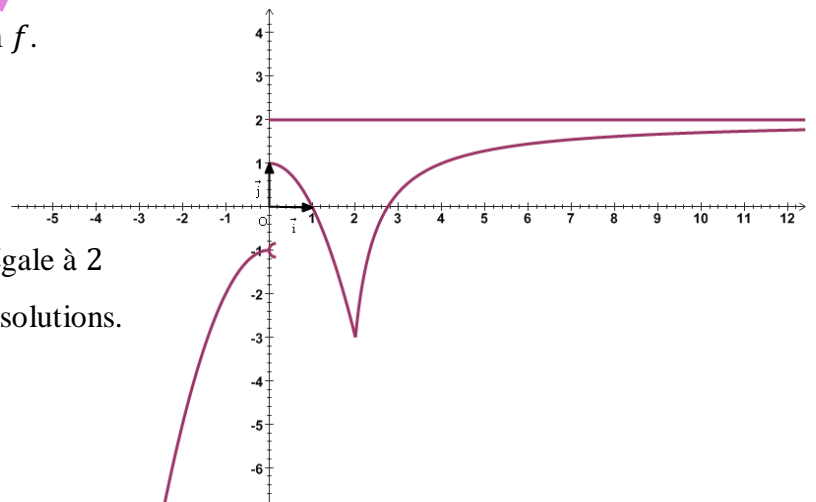
Exercice 11

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f .

Répondre par « Vrai » ou « Faux »

dans chacune des questions suivantes :

- a) La fonction f est définie sur \mathbb{R}^*
- b) La fonction f admet un maximum absolu égale à 2
- c) L'équation $f(x) = -1$ admet dans \mathbb{R} trois solutions.
- d) La restriction de la fonction f à l'intervalle $[0, +\infty[$ f est bornée



Exercice 12

Déterminer la plus petite période strictement positive des fonctions suivantes

$$f(x) = \sin(3x - 2) \quad g(x) = \cos(-2x - 1) \quad h(x) = -\sin(-4x + 3)$$

$$p(x) = |\sin(-2x + 1)|$$

Exercice 13

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = |x - 2| + 2|x|$

- 1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles

2) Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

3) résoudre l'inéquation $f(x) \leq 3 - x$

Exercice 14

Soit les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 6x + 4$ et $g(x) = x^2$

On désigne par C_g la courbe de la fonction g et par C_f celle de la fonction f .

1) Montrer qu'il existe trois réels a , α et β tel que $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.

2) En déduire alors que $C_f = t_{\vec{u}}(C_g)$ où \vec{u} est un vecteur à préciser.

3) Etudier les variations de g et tracer dans le même repère C_g et C_f .

4) Donner un minorant de f en justifiant la réponse.

Exercice 15

On donne ci-contre la courbe d'une fonction f .

1) Pour chacune des questions suivantes une et une seule réponse est exacte. Cocher la bonne réponse

a) La fonction f est définie sur :

\mathbb{R}

$]-\infty, -1[\cup [0, +\infty[$

$\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$

b) L'équation $f(x) = 0$ admet :

une solution

deux solutions

trois solutions

c) L'image de l'intervalle $]-\infty, -1[$ par la fonction f est :

\mathbb{R}

$]-\infty, 0]$

$]-\infty, -1[$

d) Sur l'intervalle $[0, +\infty[$ la fonction f est :

bornée

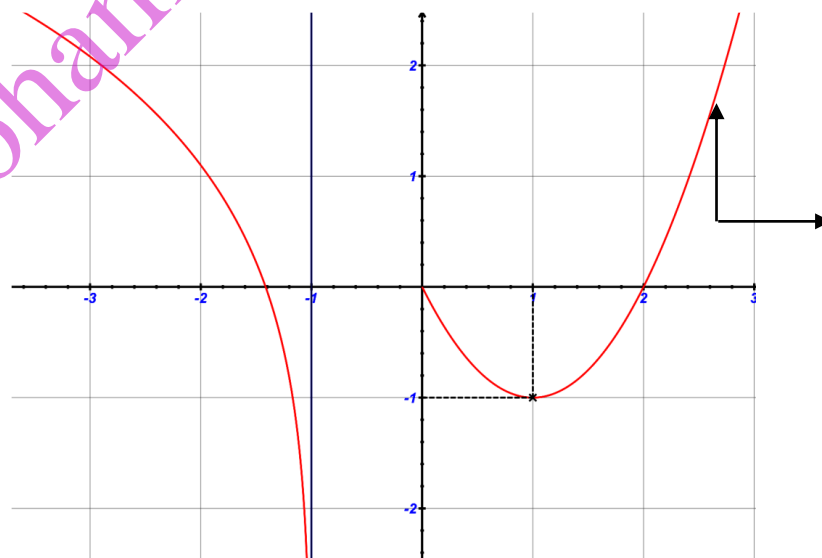
minorée

ni majorée ni minorée

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = f(|x|)$



a) Etudier la parité de g .

b) Tracer C_g la courbe représentative de la fonction g .

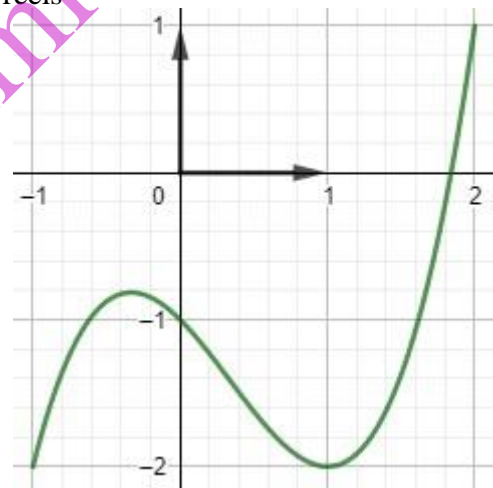
Exercice 16

- 1) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$
 - a) Déterminer D_f le domaine de définition de f
 - b) Etudier la parité de f
- 2) a) Montrer f que est strictement croissante sur \mathbb{R}^*_+
b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$
c) Déterminer le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R}^*_+
- 3) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R}^* par : $g(x) = \frac{x^4+1}{x^2}$
 - a) Etudier la parité de g
 - b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ on a : $g(x) = f^2(x) + 2$
 - c) Dédire que la fonction g est strictement décroissante sur $]0, 1]$ et strictement croissante sur $[1, +\infty[$
 - d) Montrer que 2 est un minimum de g

Exercice 17

On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-1, 2]$ par $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels

- 1) Par lecture graphique
 - a) Déterminer $f([-1, 2])$
 - b) Déterminer le nombre de solutions des équations $f(x) = 0$ et $f(x) = -1$
 - b) Déterminer les réels a, b et c



Exercice 18

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 1 - \frac{2x^2}{1+x^2}$

- 1) a) Déterminer le domaine de définition de f
b) Montrer que f est une fonction paire et interpréter le résultat graphiquement
- 2) a) Montrer que pour tout réels a et b on a : $f(a) - f(b) = \frac{2(b^2-a^2)}{(a^2+1)(b^2+1)}$
b) Montrer que f est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$ en déduire les variations de f sur $]-\infty, 0]$
c) Justifier que f admet un maximum en 0
- 2) a) Montrer que pour tout réel on a : $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$
b) Montrer que pour tout réel x on a : $-1 \leq f(x) \leq 1$
- 3) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sqrt{1 - f^2(x)}$
Montrer que g est définie sur \mathbb{R}