

**Exercice 1**

Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de la fonction  $f$  dans chacun des cas suivants :

$$1) f(x) = \sqrt{x} + \frac{x+3}{x-2} \quad 2) f(x) = \frac{1}{x^2+x-2} \quad 3) f(x) = \frac{-3}{|x|-2} \quad 4) f(x) = \frac{x+1}{x^2+4}$$

$$5) f(x) = \frac{\sqrt{|x|-2}}{x+1} \quad 6) f(x) = \frac{x^2+2x-1}{2x^2-3x+2} \quad 7) f(x) = \frac{x^2+1}{2x^2+5x-3}$$

**Exercice 2**

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle  $I$  indiqué :

$$a) f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad I = [2, 3] \quad b) f(x) = \frac{2x-1}{3x-2} \quad I = [1, 3]$$

$$c) f(x) = \frac{2x+3}{x^2+1} \quad I = [0, 2]$$

**Exercice 3**

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :

- 1) La fonction  $f(x) = x^3$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-5, 6\}$  est impaire.
- 2) La fonction  $f(x) = -2x^2$  définie sur  $[-8, 0[ \cup ]0, 8]$  est paire.
- 3) La fonction  $f(x) = \frac{-x}{1-x}$  est croissante sur  $]1, +\infty[$

**Exercice 4**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}$  .

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$  .
- 2) Montrer que la fonction  $f$  est impaire .
- 3) Etudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}^*$
- 4) Montrer que  $f$  est majorée sur  $]0, +\infty[$  par 1 .
- 5) Montrer que  $f$  est minorée sur  $] -\infty, 0[$  par -1 .

**Exercice 5**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = |2-x| + 2|x+2| - x$  .

- 1) Montrer que  $f$  est une fonction affine par intervalles .
- 2) Tracer  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  .

### Exercice 6

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, 3[$  par  $g(x) = \frac{1}{2}xE(x) - \frac{1}{2}E(x) + 1$  .

- 1) Trouver l'expression simplifiée de  $g(x)$  sur chacun des intervalles  $[0, 1[$  ,  $[1, 2[$  et  $[2, 3[$
- 2) Construire la représentation graphique de  $g$

### Exercice 7

Soit la fonction  $f$  définie par .  $f(x) = x^2 - 2x - 3$

- 1) a) Montrer que  $f(x) = (x - 1)^2 - 4$   
b) Déterminer le minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$   
c) Montrer que  $f$  est croissante sur  $[1, +\infty[$
- 2) a) Déterminer  $f([2, 3])$  puis  $f([-1, 2])$   
b) Montrer que l'équation  $f(x) = 1$  possède une solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[2, 3]$

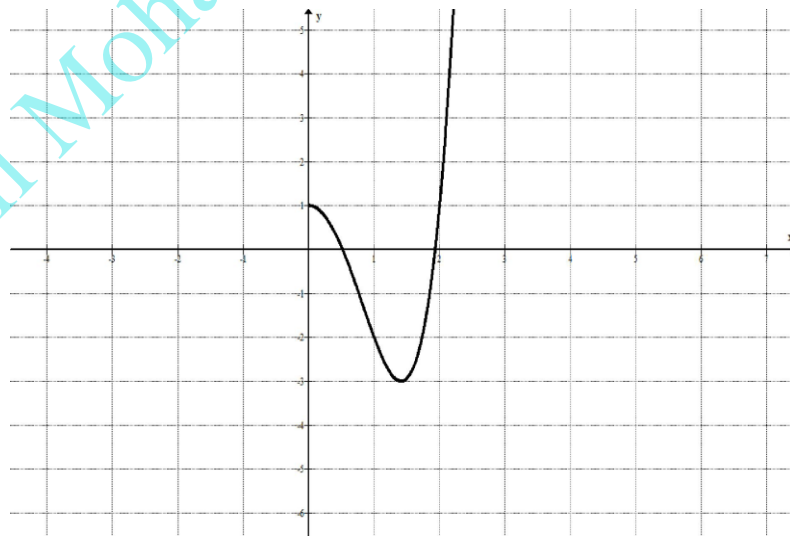
### Exercice 8

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 12x^2 + 60x + 71$

- 1) a) Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}$  on a :  $f(x) = 3(2x + 5)^2 - 4$   
b) En déduire que  $\forall x \in \mathbb{R}$  on a :  $f(x) \geq -4$
- 2) Montrer que  $\forall a \in \mathbb{R}$  et  $\forall b \in \mathbb{R}$  on a :  $f(a) - f(b) = 12(a + b + 5)(a - b)$
- 3) En déduire la monotonie de  $f$  sur les intervalles  $]-\infty, -\frac{5}{2}]$  et  $[-\frac{5}{2}, +\infty[$

### Exercice 9

On a tracé ci-dessous une branche d'une fonction  $f$  paire et définie sur  $\mathbb{R}$ . Achever le tracé.



### Exercice 10

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

- 1) Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$
- 2) a) Montrer que  $f$  est strictement décroissante sur  $]-\infty, 1]$

b) Montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $[1, +\infty[$

### Exercice 11

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$
- 2) Montrer que  $f$  est décroissante sur chacun des intervalles  $]-\infty, 1[$  et  $]1, +\infty[$

### Exercice 12

Etudier la parité des fonctions suivantes :  $f(x) = 3x^4 + x^2$      $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

$$f(x) = -2x^2 + 3|x| - 1 \quad f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + |x|} \quad f(x) = 3x^2 - 2x$$

### Exercice 13

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = |x - 2| + 2|x|$

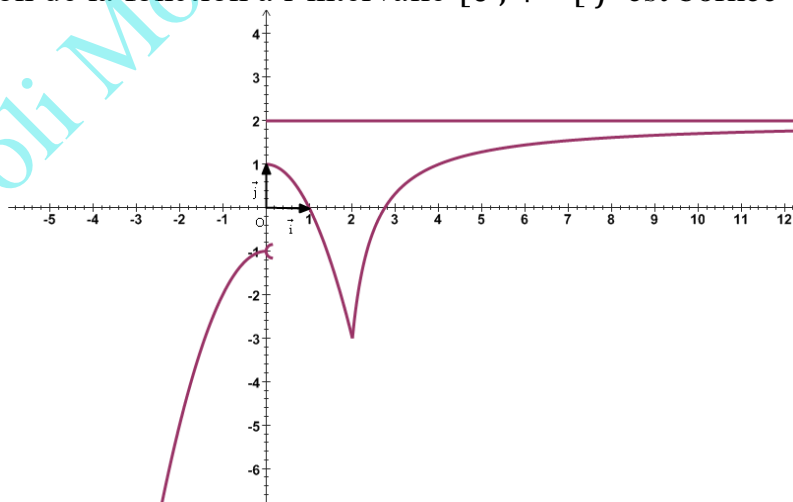
- 1) Montrer que  $f$  est une fonction affine par intervalles
- 2) Tracer la courbe  $(C)$  de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 3) résoudre l'inéquation  $f(x) \leq 3 - x$

### Exercice 14

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction  $f$ .

Répondre par Vrai ou Faux

- a) La fonction  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}^*$
- b) La fonction  $f$  admet un maximum absolu égale à 2
- c) L'équation  $f(x) = -1$  admet dans  $\mathbb{R}$  trois solutions.
- d) La restriction de la fonction à l'intervalle  $[0, +\infty[$   $f$  est bornée



### Exercice 15

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$  et montrer que  $f$  est impaire.

2) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $[1, +\infty[$

a) Montrer que  $\forall x \in [1, +\infty[$  on a  $g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$

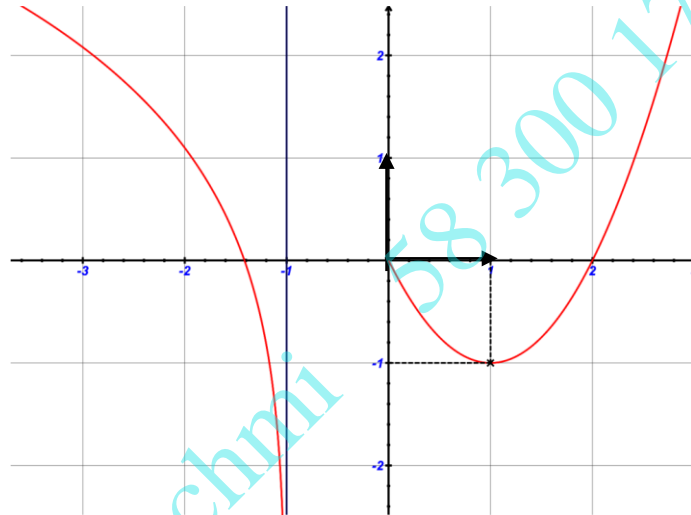
b) Montrer que  $\forall x \in [1, +\infty[$  on a  $1 < g(x) \leq \sqrt{2}$

3) a) Montrer que  $g$  est décroissante sur  $[1, +\infty[$

b) En déduire  $g([1, 2])$

### Exercice 16

On donne ci-contre la courbe d'une fonction  $f$ .



1) Pour chacune des questions suivantes une et une seule réponse est exacte. Cocher la bonne réponse

a) La fonction  $f$  est définie sur :

$\mathbb{R}$

$] -\infty, -1[ \cup [0, +\infty[$

$\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$

b) L'équation  $f(x) = 0$  admet :

une solution

deux solutions

trois solutions

c) L'image de l'intervalle  $] -\infty, -1[$  par la fonction  $f$  est :

$\mathbb{R}$

$] -\infty, 0]$

$] -\infty, -1[$

d) Sur l'intervalle  $[0, +\infty[$  la fonction  $f$  est :

bornée

minorée

ni majorée ni minorée

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel  $m$  le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$

3) Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = f(|x|)$

a) Etudier la parité de  $g$ .

b) Tracer  $C_g$  la courbe représentative de la fonction  $g$ .