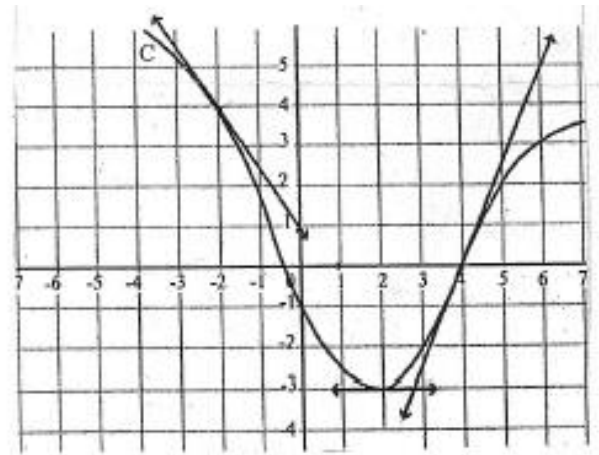


Le graphique ci-contre représente une fonction f définie sur \mathbb{R} et dérivable en -2 , 2 et 4 .

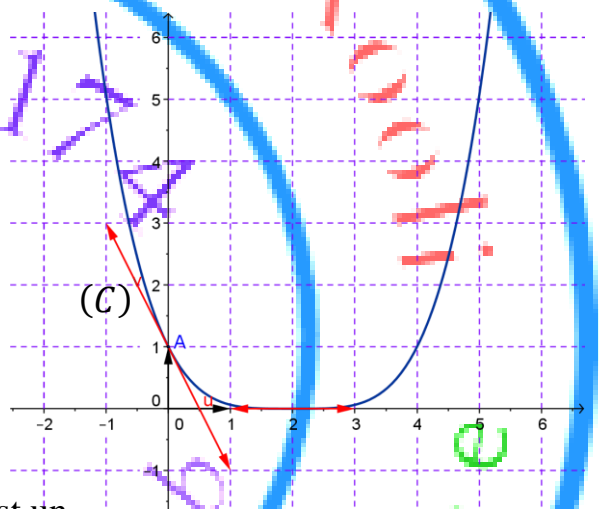
- 1) Déterminer graphiquement $f(-2)$, $f(2)$ et $f(4)$.
- 2) Déterminer graphiquement $f'(-2)$, $f'(2)$ et $f'(4)$.
- 3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{f(x) - 4}$
- 4) En utilisant des approximations affines, donner une valeur approché des réels suivant : $f(-1,99)$ et $f(4,001)$.



Exercice 5

On donne ci-contre la courbe représentative (C) d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} ainsi que les tangentes à (C) aux points d'abscisses 0 et 2 .

- 1) a) Par lecture graphique, calculer $f(0)$, $f(2)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.
- b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{f(x) - 1}$
- c) En utilisant une approximation affine, donner une valeur approché du réel $f(0,0001)$.
- 2) On admet que : $\forall x \in \mathbb{R}; f(x) = (ax + 1)^n$ où a est un Réel et $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.
 - a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
 - b) En utilisant ce qui précède, calculer a et n .



Exercice 6

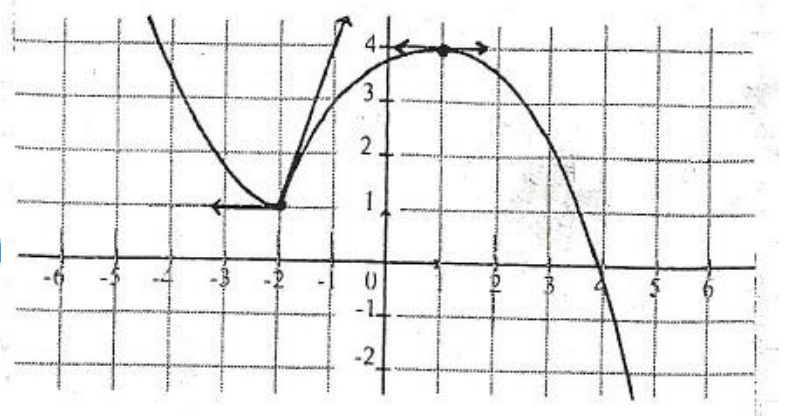
Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{2x-1}$ On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$, et que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$; $f'(x) = \frac{-3}{(2x-1)^2}$
- 2) Soit la droite $\Delta: y = -3x$.
 - a) Montrer qu'il existe deux tangentes T_1 et T_2 à C_f parallèles à la droite Δ .
 - b) Donner une équation cartésienne de chacune des tangentes T_1 et T_2
- 3) Existe-t-il des tangentes à C_f passant par le point $A(2, 0)$?

Exercice 7

Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie sur \mathbb{R} .

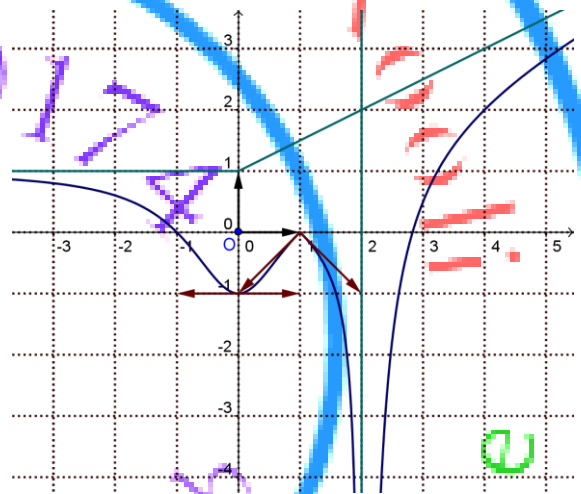
- 1) La fonction f est-elle dérivable en -2 ?
- 2) Déterminer graphiquement $f'_g(-2)$; $f'_d(-2)$ et $f'(1)$
- 3) Dresser le tableau de variation de f .



Exercice 8

Dans la figure ci-contre on a représenté graphiquement la courbe (C) d'une fonction f dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . La droite $\Delta: y = \frac{1}{2}x + 1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ et la droite $\Delta': y = 1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

- 1) Justifier la dérivabilité de f en 0 et donner $f'(0)$.
- 2) a) Justifier la dérivabilité de f à droite en 1 et donner $f'_d(1)$.
b) Justifier la dérivabilité de f à gauche en 1 et donner $f'_g(1)$.
c) La fonction f est-elle dérivable en 1 ? Pourquoi ?
- 3) Donner les asymptotes à la courbe (C)



- 4) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$

Exercice 9

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1-x} + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = mx^2 + 2x - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

où m est un paramètre réel.

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (On distinguera trois cas : $m > 0$, $m < 0$ et $m = 0$).
- 3) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles : $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$.

- 4) Pour quelle valeur de m ; f est continue en 1 ?
- 5) Dans la suite de l'exercice on prend $m = 1$.
 - a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.
 - b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1.
 - c) la fonction f est-elle dérivable en 1 ?
- 6) a) Justifier la dérivabilité de f en tout réel $x \in]-\infty, 1[$ et calculer $f'(x)$.
 b) Justifier la dérivabilité de f en tout réel $x \in]1, +\infty[$ et calculer $f'(x)$.
- 7) Donner une équation cartésienne de la tangente à (C) au point d'abscisse 0.
- 8) Soit $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ et A le point de (C) d'abscisse a . Déterminer le point A pour que la tangente T à (C) en A soit parallèle à la droite $\Delta: y = -\frac{x}{2} + 1$.

Exercice 10

I/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x}{x-1}$ On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ on a $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.
- 2) a) Déterminer les points de C_f où la tangente est parallèle à la droite (O, \vec{i}) .
 b) Déterminer les points de C_f où la tangente est parallèle à la droite $\Delta: y = -3x + 1$

II/ Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x \leq 0 \\ g(x) = \sqrt{x^2 + 2x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Montrer que g est continue en 0.
- 2) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter le résultat graphiquement.
- 3) a) Justifier que g est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$ et calculer $g'(x)$ sur chacun de ces intervalles.
 b) Déterminer le signe de $g'(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$.
 c) Dresser le tableau de variation de g .
- 4) Déterminer les extrémums de g et préciser leurs natures.

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+2x+1}{2x-1} & \text{si } x > 1 \\ f(x) = x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative

- 1) a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$
- b) Etudier la continuité de f en 1.
- c) Donner alors le domaine de continuité de f .
- 2) Montrer que f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$.
- 3) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1.
- b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.
- c) La fonction f est-elle dérivable en 1 ?
- 4) En déduire le domaine de dérivabilité de f .
- 5) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Exercice 12

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1+x^2}{1-x} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 1 + x\sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par C_f sa courbe.

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- c) Montrer que la droite $y = -x - 1$ est une asymptote à C_f au voisinage de $-\infty$.
- 2) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .
- 3) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche et à droite en 0. Conclure.
- b) Interpréter les résultats obtenus graphiquement.
- c) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.
- 4) Ecrire les équations cartésiennes des demi tangentes T_1 et T_2 à C_f au point d'abscisse 0.

Exercice 13

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + bx - 1 & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 2\sqrt{x} - x + b + 1 & \text{si } x > 0 \\ f(0) = -1 \end{cases} \quad b \in \mathbb{R}$$

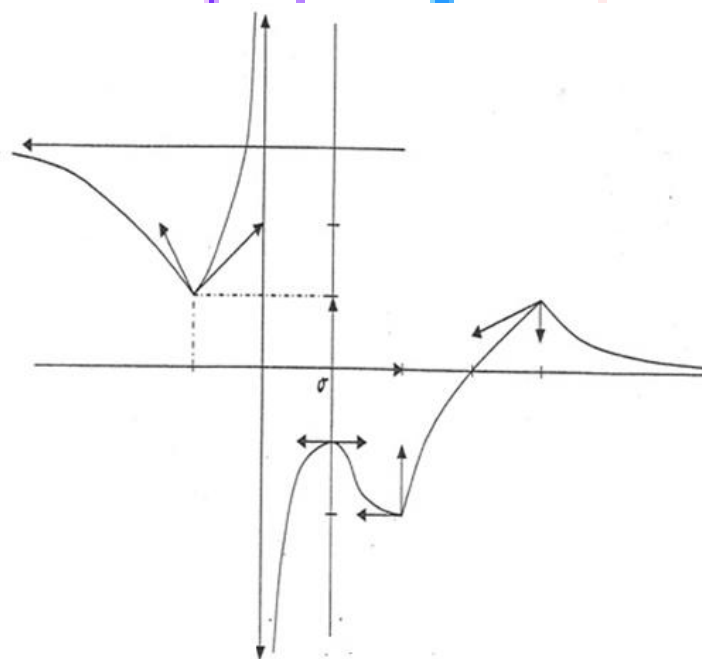
- 1) Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$
- 2) a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$
- b) Déterminer b pour que f soit continue sur \mathbb{R} .
- 3) Dans la suite de l'exercice on prend $b = -2$.

- a) Montrer que f est dérivable à gauche en 0 puis donner une équation cartésienne de la demi-tangente à C_f au point d'abscisse 0.
- b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 4) a) Montrer que f est dérivable au point $a = 4$.
- b) Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 4.
- c) Déterminer le réel m pour que T soit perpendiculaire à la droite $\Delta_m: mx - 2y + 1 = 0$
- 5) Soit $a \in]-\infty, 0[$.
- a) Calculer $f'(a)$ puis écrire une équation de la tangente T' à C_f au point d'abscisse a .
- b) Montrer qu'il existe une seule tangente à C_f passant par le point $A(0, -5)$
- c) Donner une équation de cette tangente.

Exercice 14

La courbe ci-contre représentée est la courbe d'une fonction. Par lecture graphique répondre aux questions suivantes.

- 1) $D_f = \dots$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)+2}{x+1}$
- 7) Le domaine de continuité de f est
- 8) $f'_g(-2)$
- 9) $f'_d(-2)$
- 10) $f'(0)$
- 11) $f'_g(1)$
- 12) $f'_g(3)$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x)-1}{x-3}$
- 14) Le domaine de dérivabilité de f est



Exercice 15

La courbe C_f ci-dessous représentée est la courbe d'une fonction f définie sur \mathbb{R}^*

- * La droite Δ d'équation $y = x - 4$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.
- * La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à C_f .
- * La droite T est la tangente à C_f au point A .
- * La courbe C_f admet deux demi tangentes au point B et une tangente horizontale au point C .

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$

2) a) Déterminer $f'(1)$; $f'(2)$ et $f'_d(-1)$

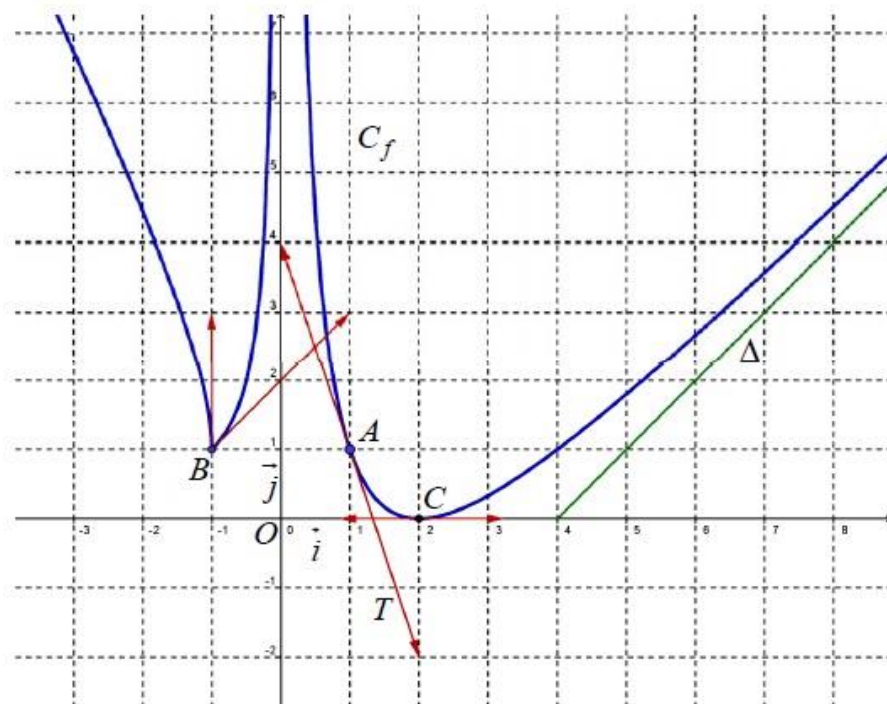
b) Donner une approximation affine de $f(0,998)$

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x)-1}{x+1}$

4) Soit g la fonction définie sur $]0, 2[$ par $g(x) = \sqrt{f(x)} + x$

a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-g(1)}{x-1} = -\frac{1}{2}$

b) Donner alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.



on site w
mathematiques.kooli.me

