Fonction de références 2ème Sciences

Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = -2x^2 + 2$ et soit C_f sa courbe représentative

1) Construire C_f

2) Résoudre graphiquement puis par le calcul $f(x) = 0$ puis $f(x) > -6$

3) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = |f(x)|$ et soit C_g sa courbe représentative

a) Tracer C_g à partir de C_f (Justifier)

b) Déduire le tableau de variation de g

4) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$ où m est un paramètre réel

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur IR par $x \mapsto x(x-1)$ et soit C_f sa courbe représentative

1) a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que $\forall x \in IR$ on a $f(x) \leq 4$

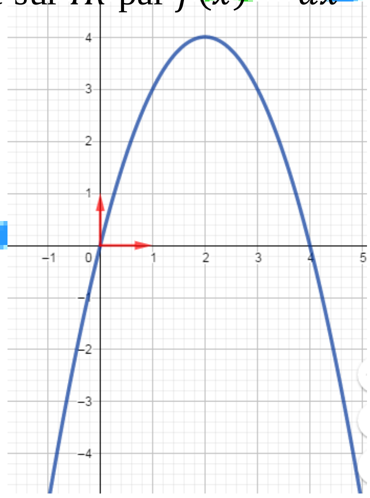
c) En déduire que la fonction f admet un maximum en $x = \frac{1}{2}$

2) a) Montrer que $\forall x \in IR$ on a $f(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

b) Montrer que la fonction f est croissante sur $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ et décroissante sur $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$

Exercice 3

On a représenté ci-contre la parabole P de la fonction définie sur IR par $f(x) = ax^2 + bx$ où a et b deux réels



1) a) Préciser, graphiquement, le sommet et l'axe de P

b) Déterminer a et b

2) Dans la suite on suppose que $\forall x \in IR$ $f(x) = -x^2 + 4x$

a) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = |-x^2 + 4x|$ et soit C_g sa courbe représentative

Tracer C_g à partir de P et C_h

b) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$ où m est paramètre réel

3) Soit la fonction h définie sur IR par

$h(x) = x^2 + 2$ et soit C_h sa courbe représentative

a) Préciser le sommet et l'axe de C_h

b) Montrer que P et C_h ont un seul point d'intersection A dont on précisera les coordonnées

c) Tracer C_h

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^2 + x - 2$ et soit C_f sa courbe représentative

1) Déterminer le sommet et l'axe de C_f

2) **a)** Tracer la parabole P d'équation $y = x^2$

b) Tracer la courbe C_f à partir de P

c) Soit la droite Δ dont une équation est $x + 2y + 2 = 0$

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < \frac{x}{2} - 1$

3) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = x^2 + |x| - 2$ et soit C_g sa courbe représentative

a) Montrer que la fonction g est paire

b) Montrer que pour tout réel x négatif on a : $g(x) = f(x)$

c) Tracer alors C_g

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur $\mathrm{IR}\backslash\{-1\}$ par $f(x) = -\frac{1}{x+1}$ et soit C_f sa courbe représentative

1) **a)** Etudier la fonction f

b) Tracer C_f

2) Soit la fonction g définie sur $IR\backslash\{-1\}$ par $g(x) = \frac{3x+2}{x+1}$ et soit C_g sa courbe représentative

a) Montrer que $\forall x \in IR\backslash\{-1\}$ on a $g(x) = 3 + f(x)$

b) Tracer C_g à partir de C_f (Justifier)

c) Déduire le tableau de variation de g

3) Soit la fonction h définie sur IR par $h(x) = -\frac{1}{|x|+1}$

a) Etudier la parité de h puis tracer C_h à partir de C_f (Justifier)

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \frac{1}{x+2}$ et soit C_f sa courbe représentative

1) **a)** Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,,-2[$ puis sur $]-2\,,+\infty[$

c) Tracer C_f

2) Soit la fonction g définie sur $IR \backslash \{-2\}$ par $g(x) = \frac{-x-1}{x+2}$

a) Tracer C_g à partir de C_f (Justifier)

b) Déduire le tableau de variation de g

3) Soit la fonction h définie par $h(x) = \frac{-|x|-1}{|x|+2}$

a) Déterminer le domaine de définition de h

b) Montrer que h est une fonction paire

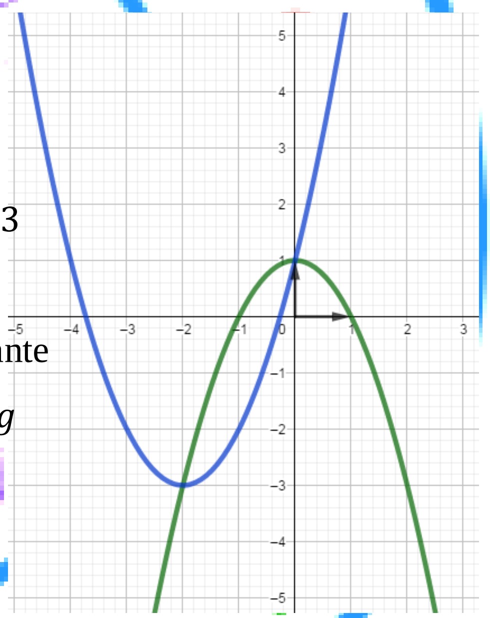
c) Tracer C_h à partir de C_f (Justifier)

b) Déduire le tableau de variation de h

Exercice 7

Soient les fonctions $f(x) = -x^2 + 1$ et $g(x) = (x+2)^2 - 3$

On a représenté ci-contre deux courbes C_1 et C_2



1) Pour chacune des fonctions , donner la courbe correspondante

2) Donner le sens de variation de chacune des fonctions f et g

3) **a)** Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

b) Retrouver le résultat par le calcul

4) Résoudre graphiquement l'inéquation $(x+2)^2 + x^2 \geq 4$