Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé $(\mathbf{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = -2x^2 + 2$ et soit C_f sa courbe représentative

1) Construire C_f
2) Résoudre graphiquement puis par le calcul $f(x) = 0$ puis $f(x) > -6$
3) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = |f(x)|$ et soit C_g sa courbe représentative
   a) Tracer C_g à partir de C_f (Justifier)
   b) Déduire le tableau de variation de g
4) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$ où m est un paramètre réel

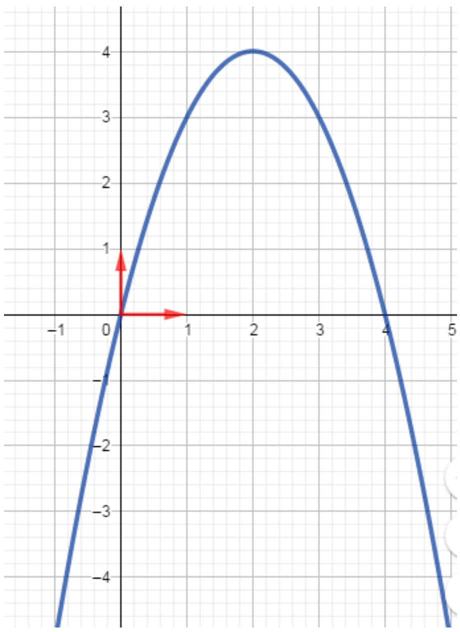
Exercice 2

Soit la fonction f définie sur IR par $x \mapsto x(x-1)$ et soit C_f sa courbe représentative

1) a) Déterminer le domaine de définition de f
   b) Montrer que $\forall x \in IR$ on a $f(x) \leq 4$
   c) En déduire que la fonction f admet un maximum en $x = \frac{1}{2}$
2) a) Montrer que $\forall x \in IR$ on a $f(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$
   b) Montrer que la fonction f est croissante sur $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ et décroissante sur $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$

Exercice 3

On a représenté ci-contre la parabole P de la fonction définie sur IR par $f(x) = ax^2 + bx$ où a et b deux réels



1) a) Préciser, graphiquement, le sommet et l'axe de P
   b) Déterminer a et b
2) Dans la suite on suppose que $\forall x \in IR$ $f(x) = -x^2 + 4x$
   a) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = |-x^2 + 4x|$ et soit C_g sa courbe représentative
   Tracer C_g à partir de P et C_h ont
   b) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$ où m est paramètre réel
3) Soit la fonction h définie sur IR par $h(x) = x^2 + 2$ et soit C_h sa courbe représentative
   a) Préciser le sommet et l'axe de C_h
   b) Montrer que P et C_h ont un seul point d'intersection A dont on précisera les coordonnées
   c) Tracer C_h

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^2 + x - 2$ et soit C_f sa courbe représentative

1) Déterminer le sommet et l'axe de C_f
2) a) Tracer la parabole P d'équation $y = x^2$

   b) Tracer la courbe C_f à partir de P

   c) Soit la droite Δ dont une équation est $x + 2y + 2 = 0$

   d) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < \frac{x}{2} - 1$
3) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = x^2 + |x| - 2$ et soit C_g sa courbe représentative

   a) Montrer que la fonction g est paire

   b) Montrer que pour tout réel x négatif on a : $g(x) = f(x)$

   c) Tracer alors C_g

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur $\mathrm{IR}\backslash\{-1\}$ par $f(x) = -\frac{1}{x+1}$ et soit C_f sa courbe représentative

1) a) Etudier la fonction f

   b) Tracer C_f
2) Soit la fonction g définie sur $IR\backslash\{-1\}$ par $g(x) = \frac{3x+2}{x+1}$ et soit C_g sa courbe représentative

   a) Montrer que $\forall x \in IR\backslash\{-1\}$ on a $g(x) = 3 + f(x)$

   b) Tracer C_g à partir de C_f (Justifier)

   c) Déduire le tableau de variation de g
3) Soit la fonction h définie sur IR par $h(x) = -\frac{1}{|x|+1}$

   a) Etudier la parité de h puis tracer C_h à partir de C_f (Justifier)

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur IR par $\mathrm{f(x)} = \frac{1}{\mathrm{x+2}}$ et soit $\mathrm{C_f}$ sa courbe représentative

1) a) Déterminer le domaine de définition de f

   b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,,-2[$ puis sur $]-2\,,+\infty[$

   c) Tracer $\mathrm{C_f}$
2) Soit la fonction g définie sur $\mathrm{IR}\backslash\{-2\}$ par $\mathrm{g(x)} = \frac{-\mathrm{x}-1}{\mathrm{x}+2}$

   a) Tracer $\mathrm{C_g}$ à partir de $\mathrm{C_f}$ (Justifier)

   b) Déduire le tableau de variation de g
3) Soit la fonction h définie par $\mathrm{h(x)} = \frac{-|\mathrm{x}|-1}{|\mathrm{x}|+2}$

   a) Déterminer le domaine de définition de h

   b) Montrer que h est une fonction paire

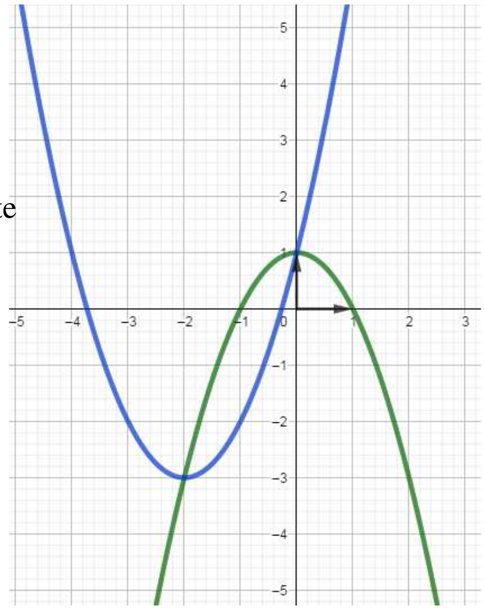
   c) Tracer $\mathrm{C_h}$ à partir de $\mathrm{C_f}$ (Justifier)

   b) Déduire le tableau de variation de h

Exercice 7

Soient les fonctions $f(x) = -x^2 + 1$ et $g(x) = (x+2)^2 - 3$

On a représenté ci-contre deux courbes C_1 et C_2



1) Pour chacune des fonctions , donner la courbe correspondante
2) Donner le sens de variation de chacune des fonctions f et g
3) a) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

   b) Retrouver le résultat par le calcul
4) Résoudre graphiquement l'inéquation $(x+2)^2 + x^2 \geq 4$