

Dans tous les exercices l'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

### Exercice 1

On considère les points  $A(1, -2, -1)$ ,  $B(3, -3, -2)$  et  $C(0, -3, 1)$ ,

- 1) a) Donner une représentation paramétrique de la droite  $(AB)$ .
- b) Donner un système d'équations cartésiennes de la droite  $(AB)$ .
- 2) a) Montrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment un plan  $P$ .
- b) Donner une représentation paramétrique de  $P$ .
- c) Donner une équation cartésienne de  $P$
- 3) Donner une équation cartésienne du plan  $Q$  parallèle à  $P$  et passant par  $D(1, 1, 1)$ .
- 4) Soit le plan  $P' : -x + 2y - 2z + 4 = 0$ .

Montrer que  $P$  et  $P'$  sont sécants et donner une représentation paramétrique de leur droite d'intersection.

### Exercice 2

Soit les points  $A(0, -1, 1)$ ,  $B(2, 1, 3)$  et la droite  $\Delta : \begin{cases} x = \alpha \\ y = -2 + 2\alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$

- 1) Montrer que les droites  $\Delta$  et  $(AB)$  sont sécantes en un point  $I$  que l'on précisera.
- 2) Donner une représentation paramétrique de la droite  $\Delta'$  passant par  $A$  et parallèle à  $\Delta$ .
- 3) Soit le point  $C(1, 1, 2)$ .
  - a) Montrer que  $C$  n'appartient pas à la droite  $\Delta$ .
  - b) Donner une représentation paramétrique de la droite  $\Delta_1$  passant par le point  $C$  et parallèle à la droite  $\Delta$ .
- 4) a) Donner une représentation paramétrique du plan  $P$  contenant les droites  $\Delta'$  et  $\Delta$ .
- b) Donner une équation cartésienne de  $P$ .

### Exercice 3

On considère les points  $A(-1, 0, 2)$ ,  $B(3, 2, -4)$ ,  $C(1, -4, 2)$  et  $D(3, 2, 0)$ .

On considère les points  $I, J$  et  $K$  définies par  $I$  milieu de  $[AB]$ ,  $K$  milieu de  $[CD]$

et  $\vec{BJ} = \frac{1}{4}\vec{BC}$ .

- 1) Déterminer les coordonnées des points  $I, J$  et  $K$ .
- 2) a) Montrer que les points  $I, J$  et  $K$  ne sont pas alignés.

- b) Justifier qu'une équation cartésienne du plan  $(IJK)$  est :  $8x + 9y + 5z - 12 = 0$ .
- c) Déterminer une représentation paramétrique du plan  $(IJK)$ .
- 3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(AD)$ .
- b) Donner un système d'équations cartésiennes de la droite  $(AD)$ .
- 4) a) Montrer que la droite  $(AD)$  et le plan  $(IJK)$  sont sécants en un point  $L$ .
- b) Montrer que  $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ .

#### Exercice 4

On considère les points  $A(0, 1, -5)$ ,  $B(-1, -2, -1)$ ,  $C(1, 0, -5)$ .

- 1) a) Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  déterminent un plan  $P$ .
- b) Justifier qu'une équation cartésienne du plan  $P$  est :  $x + y + z + 4 = 0$ .
- c) Déterminer une représentation paramétrique du plan  $P$ .
- 2) Soit la droite  $D: \begin{cases} x = 1 - \alpha \\ y = 2 + 3\alpha \\ z = -4 + \alpha \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$
- a) Montrer que le plan  $P$  et la droite  $D$  sont sécants.
- b) Déterminer les coordonnées du point  $I$  intersection du plan  $P$  et la droite  $D$ .
- 3) Soit le plan :  $2x - y + 3z - 1 = 0$ .
- a) Montrer que les plans  $P$  et  $Q$  sont sécants.
- b) Soit  $\Delta$  l'intersection de  $P$  et  $Q$ , donner une représentation paramétriques de  $\Delta$ .
- c) Etudier la position relative de  $D$  et  $\Delta$ .

#### Exercice 5

On considère les droites :  $D: \begin{cases} x = 2 + \alpha \\ y = 1 + 2\alpha \\ z = 1 - \alpha \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$  et  $D': \begin{cases} x = 4 + 3\beta \\ y = 3 + \beta \\ z = 3 + 2\beta \end{cases}; \beta \in \mathbb{R}$

- 1) Montrer que les droites  $D$  et  $D'$  ne sont pas coplanaires.
- 2) a) Le point  $A(4, -7, 5)$  appartient-il à la droite  $D$  ?
- b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan  $P$  passant par le point  $A$  et contenant la droite  $D$  est :  $y + 2z - 3 = 0$
- 3) a) Déterminer le réel  $m$  pour que le vecteur  $\vec{u}_m = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$  soit un vecteur du plan  $P$ .
- b) Déterminer la position relative de la droite  $\Delta = D(A, \vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$  avec le plan  $P$ .
- 4) Déterminer  $D' \cap P$ .
- 5) Soit les plans  $P_1: x - 4y + 7 = 0$  et  $P_2: x - 2z + 5 = 0$ .

a) Vérifier que  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants.

b) Trouver une représentation paramétrique de leur droite  $D_1$  d'intersection.

### Exercice 6

On considère les points  $(1, -2, -1)$ ,  $B(3, -3, -2)$  et  $C(0, -3, 1)$

1) a) Donner une représentation paramétrique de la droite  $(AB)$ .

b) Donner un système d'équations cartésiennes de la droite  $(AB)$ .

2) a) Montrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  forment un plan  $P$ .

b) Donner une représentation paramétrique de  $P$ .

c) Donner une équation cartésienne de  $P$ .

3) Donner une équation cartésienne du plan  $Q$  parallèle à  $P$  et passant par  $D(1, 1, 1)$

4) Soit le plan  $P' : -x + 2y - 2z + 4 = 0$  Montrer que  $P$  et  $P'$  sont sécants et donner une représentation paramétrique de leur droite d'intersection.

### Exercice 7

Soient les droites  $D_1 : \begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad D_2 : \begin{cases} x = -\beta \\ y = 1 + \beta \\ z = 2 - \beta \end{cases} \quad \beta \in \mathbb{R}$

1) Etudier la position relative des droites  $D_1$  et  $D_2$ .

2) Soit  $P$  le plan contenant à la fois les droites  $D_1$  et  $D_2$ .

Montrer qu'une équation cartésienne de  $P$  est :  $x - z + 2 = 0$ .

3) Déterminer le réel  $m$  pour que le vecteur  $\vec{u}_m = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$  soit un vecteur de  $P$ .

4) Soit le point  $A(-1, 0, 1)$ . Déterminer dans chacun des cas, la position relative de la droite  $\Delta$  avec le plan  $P$ .

a)  $\Delta = D(A, \vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

b)  $\Delta = D(A, \vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$

c)  $\Delta = D(O, \vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$

5) On considère les plans  $P_1 : x + z = 0$  et  $P_2 : x - z = 0$

a) Vérifier que  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants.

b) Soit  $D = P_1 \cap P_2$ . Trouver une représentation paramétrique de la droite  $D$ .

c) Etudier la position relative de  $P_1$  et  $D$ .

### Exercice 8

Soient les points  $A(1, 2, 2)$ ,  $B(3, 2, 1)$  et  $C(1, 3, 3)$ .

- 1) a) Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  déterminent un plan  $P$ .  
b) Donner une équation cartésienne de  $P$ .
- 2) Soient les plans  $P_1 : x - 2y + 2z - 1 = 0$  et  $P_2 : x - 3y + 2z + 2 = 0$ .  
a) Montrer que les plans  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants suivant une droite  $D$ .  
b) Montrer que le point  $C$  appartient à la droite  $D$ .  
c) Montrer que le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de la droite  $D$ .  
d) En déduire que la droite  $D$  a pour représentation paramétrique  $\begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 3 \\ z = 3 - \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}.$

