

EXERCICE N°1 (3 points)

Pour chaque question une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte.

1) Soit f la fonction définie par $f(x)=x(x-1)(x-2)$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

ζ admet exactement

- a) Aucune tangente horizontale b) 1 tangente horizontale c) 2 tangentes horizontales

2) Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} telle que $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ pour tout réel x et $f(0)=0$.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ est égale à

- a) 0 b) 1 c) n'existe pas

3) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ si $x \in \mathbb{R}^*$.

Pour tout réel non nul x , $f'(x)$ est égale à :

- a) $2x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$. b) $2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$. c) $2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

EXERCICE N°2 (5 points)

Dans le graphique ci dessous : (C) et (C') sont deux courbe représentatives, dans un repère orthonormé d'une fonction f dérivable sur \mathbb{R} et de sa fonction dérivée f' qui est aussi dérivable sur \mathbb{R} , chacune des deux courbes(C) et (C') possède :

- Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$
- Une asymptote $\Delta : y = 0$ au voisinage de $+\infty$
- La droite T est la tangente à (C') au point d'abscisse 0.

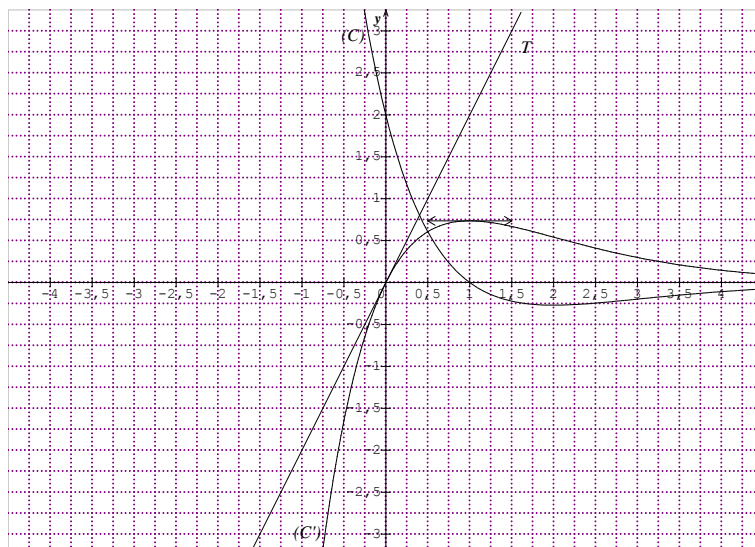
1) Par une lecture graphique :

- a) Justifier que la courbe (C') est celle qui représente la fonction f .
 b) Déterminer $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.

- 2) a) Déterminer une équation cartésienne de T.
 b) Donner une valeur approchée de $f(-0.01)$ à 10^{-2} près.

3) Dresser le tableau de variation de f .

4) Soient A(0,2) et B(1,0). Montrer que (C) admet une tangente parallèle à la droite (AB).



EXERCICE N°3(6 points)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty, \frac{\pi}{2}[$ par
$$\begin{cases} f(x) = x^2 - x & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ f(x) = \sqrt{\operatorname{tg}(x)} & \text{si } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[\end{cases}$$

- 1) a) Montrer que f est continue en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
- 2) a) Montrer que f est dérivable sur $]-\infty, 0[$ et $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.
c) Dresser le tableau de variation de f sur $]-\infty, \frac{\pi}{2}[$.
- 3) Montrer que sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ C_f admet au moins une tangente parallèle à la droite $D : y = \frac{4}{\pi} x$.

EXERCICE N°4(6 points)

- 1) Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes on considère l'équation (E) : $Z^2 - (3+i)Z + 4 = 0$.
a) Calculer $(1+3i)^2$.
b) Résoudre alors l'équation (E).
- 2) Soient $f(Z) = Z^3 - (4+i)Z^2 + (7+i)Z - 4 = 0$ et l'équation (E') : $f(Z) = 0$.
a) Montrer que l'équation (E') admet une racine réelle Z_0 que l'on déterminera.
b) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que $f(Z) = (Z-1)(aZ^2+bZ+c)$.
c) Résoudre alors (E').
- 3) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .
On considère les points A et B d'affixes respectives $2+2i$ et $1-i$.
a) Ecrire Z_A, Z_B et $\frac{Z_A}{Z_B}$ sous formes exponentielles.
b) En déduire que le triangle OAB est rectangle en O.

EXERCICE N°4

Dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes on considère l'équation

$$(E_\theta) : Z^3 - 3iZ^2 - (3 + e^{i\theta})Z + i(1 + e^{2i\theta}) = 0. \text{ Avec } \theta \text{ un réel de }]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

1- Vérifier que i est solution de (E_θ) .

2- Résoudre alors l'équation (E_θ)

3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives $i, Z_1 = i + e^{i\theta}$ et $Z_2 = i - e^{2i\theta}$.

a- Montrer que I est le milieu du segment $[M_1 M_2]$

b - Déterminer l'ensemble (E_1) des points M_1 lorsque θ varie dans $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

c- En déduire l'ensemble (E_2) des points M_2 .

4- a- Montrer que si $OM_1 = OM_2$ alors $\theta = 0$

b- Pour $\theta = 0$, écrire Z_1, Z_2 et $\frac{Z_1}{Z_2}$ sous forme exponentielle. En déduire la nature du triangle OM_1M_2 .