Lycée: Mohamed Ali ***Profs : Fourati Ali*** ***Derbel Louati Nada***	***Devoir de synthèse N°1*** ***Classe: 2ième Sciences 5 et 6***	***Date : 15/12/2023*** ***Durée : 2 h*** ***Épreuve: Mathématiques***

Exercice 1 : (6pts)

1°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'équation :* $x^2 - 2x - 3 = 0$.

2°/ Soit le polynôme P défini par : $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$.

- *a- Vérifier que 2 est un zéro de* P.
- *b- Factoriser alors le polynôme P .*
- *c- Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $P(x) \leq 0$

3°/ Soit le polynôme Q défini par : $Q(x) = x^6 - 4x^4 + x^2 + 6$.

- *a- Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation :* $Q(x) = 0$.
- *b- Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $Q(x) \leq 0$

4°/ Soit le polynôme R défini par : $R(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$.

- *a- Vérifier que* $R(x)$ *est factorisable par* $(x+1)(x-2)$
- *b- Factoriser R*
- *c- Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation :* $|P(x)| + |R(x)| = 0$

Exercice 2 : (6pts)

Le tableau de signe suivant est celle d'un polynôme P de degré 3

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

1°/a- Déterminer les zéros du polynôme P

b- Justifier que $P(-2) \times P(1) < 0$

2°/ a-Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $P(x) < 0$

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $|P(x)| + P(x) \leq 0$

3°/Soit la fonction f *définie par* $f(x) = \frac{P(x)}{-2x^2-4x+6}$

a- Déterminer D_f *l'ensemble de définition de f*

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $f(x) \geq 0$

4°/a- En donne $P(-2) = 20$. *Montrer que* $P(x) = 5(x+3)(x+1)(x-2)$

b- En déduire que pour tout $x \in D_f$ *; on a :* $f(x) = -\frac{5(x+1)(x-2)}{2(x-1)}$

Exercice 3 : (3pts)

Dans le plan $\mathscr{P}$ on donne un triangle quelconque ABC

1°/ Soit I le barycentre de $(A;1)$ et $(B;-2)$.

Montrer que B est le milieu de $[AI]$.

2°/ Soit J le barycentre de $(B;-2)$ et $(C;3)$.

Montrer que $J \in [BC)$ et $BJ = 3BC$

3°/ Soit G le barycentre de $(A;1),(B;-2)$ et $(C;3)$

Montrer que G est le milieu de $[AJ]$.

4°/ Soit Δ l'ensemble des points $M \in \mathscr{P}$ tel que $\left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MI}\right\|$

Montrer que Δ est la médiatrice de $[GB]$.

Exercice 4 : (5pts)

On considère dans le plan $\mathscr{P}$ un trapèze $ABCD$ tel que $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$

Soit l'application f définie par :

$$f : \mathscr{P} \longrightarrow \mathscr{P}$$
$$M \longmapsto M' \text{ tel que } \overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DC}$$

1°/a- Montrer que $f(A) = B$

b- Montrer que f est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

c- On donne I est le milieu de $[CD]$. Montrer que $f(D) = I$ et $f(I) = C$.

2°/a- Déterminer l'image de la droite (AB) par f

b- Soit Δ la droite parallèle à (BI) passant par C. Montrer que $f\big((BI)\big) = \Delta$

c- La droite Δ coupe (AB) en un point J. Montrer que $f(B) = J$.

3°/ Soit N un point variable sur (BD) et N' tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BN'}$

Sur quelle ligne varie N' quand N varie.