Ministère de l'éducation **Commissariat Régional** **De l'éducation Monastir** **Epreuve : MATHEMATIQUES**	**Devoir de Synthèse n°1*Régional*** **2iéme année sciences** **Durée :2H** — **Décembre 2024**

Exercice 1 (7 points).

1) Soient les polynômes P et Q définis sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^2 + 3x + 2 \quad \text{et} \quad Q(x) = x^3 - 7x - 6.$$

a) Résoudre dans IR les équations $P(x)=0$ et $P(x)+1=0$

b) Factoriser $P(x)$

c) En déduire que $P(P(x)-1) = P(x)\times(P(x)+1)$.

d) Résoudre alors l'équation $P(P(x)-1) = 0$

2)a) Calculer Q (3)

b) Vérifier que pour tout réel x, $Q(x)=(x-3)\,P(x)$.

c) Résoudre alors dans IR l'inéquation $Q(x) \geq 0$

3)Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 7x - 6}$

a) Déterminer D_f le domaine de définition de f

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $\dfrac{5}{x+2} - \dfrac{4}{x+1} = f(x)$

c) Résoudre alors dans IR l'inéquation $f(x) \leq \dfrac{1}{x+2}$

Exercice 2 (6 points)

1)Vérifier que 2024 est divisible par 11

2)Soit $x = 10n + 4$ et $y = 2n + 3$, où n un entier naturel.

Recopier et compléter le tableau suivant.

n	0	1	2	4
10n+4	4	14	24	44
2n+3	3	5	7	11
PGCD(10n+4 ;2n+3)	…..	1	…..	….

3) Soit d le PGCD de x et y .

a) Vérifier que 5(2n +3) −(10n+4) =11.

b) En déduire que d=1 ou d=11.

c)Montrer alors que PGCD (2024,407) =11.

4)On considère les nombres $a = 10^6 + 4$ et $b = 2 \times 10^5 + 3$.

a) Vérifier que a n'est pas divisible par 11

b) Déduire que a et b sont premier entre eux .

Exercice 3 (7 points)

Dans la feuille annexe (page 4/4) on a tracé un triangle ABC rectangle et isocèle en C

et on placé le point E définie par $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$.

1)Vérifier que E est le barycentre des points pondérés (B,1) et (C,2).

2) Soit G le barycentre des points pondérés (A,3) , (B,1) et (C,2).

Montrer que G est le milieu du segment [AE] puis le construire.

3) Soit ($\mathscr{C}$) l'ensemble des points M du plan tel que :

$$\left\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|-\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MA}\right\|$$

a) Montrer que E appartient à ($\mathscr{C}$)

b) Montrer que ($\mathscr{C}$) est le cercle circonscrit au triangle ACE.

4) Soit I le milieu du segment [AB]. On considère $t_{\overrightarrow{CE}}$ la translation de vecteur $\overrightarrow{CE}$

a)Déterminer $t_{\overrightarrow{CE}}(C)$

b)Montrer que $t_{\overrightarrow{CE}}(G) = I$

c)Déterminer alors ($\mathscr{C}'$) l'image de ($\mathscr{C}$) par $t_{\overrightarrow{CE}}$

d)Justifier que E appartient au cercle ($\mathscr{C}'$)

e) la droite (CB) recoupe le cercle ($\mathscr{C}'$) au point H

Montrer que $t_{\overrightarrow{CE}}(E) = H$

5)Montrer que les droites (AH), (BG) et (EI) sont concourantes.

Annexe à Rendre

Nom et Prénom……………………………………………………………classe…….