Lycée Pilote 15 octobre 1963 - Bizerte	Classe :4ème Sciences techniques₁
Prof: Mme Bayoudh	Février 2014
Devoir de contrôle n °2 en mathématiques	Durée : 2 heures

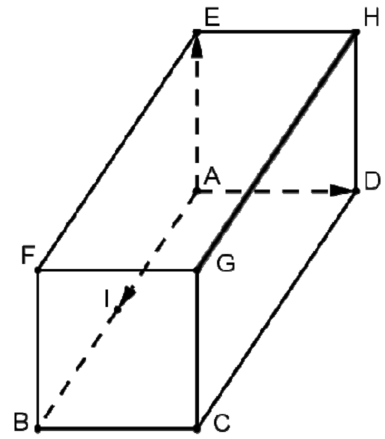
- ***Exercice 1 :** (3points)*

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte, indiquer laquelle. Aucune justification n'est demandée.

Dans la figure ci-contre ABCDEFGH est un parallélépipède tel que $AB = 2$, $AD = AE = 1$.

On désigne par I le milieu de $[AB]$

On munit l'espace du repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1) Le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AE}$ est égal à

a) $2\overrightarrow{AD}$ b) $-2\overrightarrow{AD}$ c) $\overrightarrow{DA}$

2) L'intersection des plans d'équations $y = 1$ et $z = 1$ est la droite

a) (FG) b) (DG) c) (GH)

3) Une équation du plan (AHG) est

a) $y - z = 0$ b) $y + z = 0$ c) $y + z - 2 = 0$

4) L'intersection du plan (ABF) et de la sphère de diamètre $[CH]$ est

a) Un point b) Un cercle c) L'ensemble vide

- ***Exercice 2 :** (5points)*

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x - 1 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

On désigne par Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a/ Montrer que le point $I(0, -1)$ est un centre de symétrie de Cf.

b/ Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

c/ Montrer que Cf admet une asymptote oblique Δ au voisinage de $(+\infty)$ dont on précisera une équation.

2) a/ Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

b/ Ecrire une équation de la tangente T à Cf au point I .

3) Tracer Cf , T et les asymptotes à Cf .

4) Déterminer la primitive de f qui s'annule en 0

- ***Exercice 3 :** (4points)*

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

Soit F la primitive de f sur $]1, +\infty[$ qui s'annule en $\sqrt{2}$.

1) a/ Montrer que F est strictement décroissante sur $]1, +\infty[$.

b/ En déduire le signe de $F(x)$ sur $]1, +\infty[$.

2) Soit G la fonction définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $G(x) = F(\frac{1}{sinx})$.

a/ Montrer que G est dérivable sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $G'(x)$.

b/ En déduire que pour tout $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ on a $G(x) = x - \frac{\pi}{4}$

c/ Calculer alors $F(2)$

- ***Exercice 4 :*** *(8points)*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(-1,2,-1)$; $B(1,20)$; $C(3,0,-1)$ et $D(0,0,m)$ où m est un réel positif.

1) **a/ Ecrire une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par les point A, B et C.**

   b/ Montrer que $\mathcal{P}$ est perpendiculaire au plan $\mathcal{Q}$: $2x - y - 6 = 0$

2) **Soit Δ la droite d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{Q}$.**

   a/ Vérifier que $C \in \Delta$.

   b/ Donner un vecteur directeur de Δ

   c/ Déduire un système d'équations paramétriques de Δ

3) **Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan $\mathcal{P}$.**

   a/ Déterminer en fonction de m les coordonnées de H.

   b/ Montrer que $DH = \frac{2m+5}{3}$. Déduire le volume du tétraèdre $ABCD$.

   c/ Déterminer m pour que la droite (DB) soit perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.

4) **Soit S_m la sphère de centre D passant par B.**

   a/ Déterminer une équation cartésienne de S_m .

   b/ Déterminer m pour que S_m soit tangente à $\mathcal{P}$.

5) **On prend $m = 2$.**

   a/ Calculer la distance du point D au plan $\mathcal{Q}$.

   b/ Déduire que la distance du point D à la droite Δ est égale à $\frac{9}{\sqrt{5}}$.

Bon travail