

LYCEE ibn khaldoun

Bengardane

DEVOIR DE CONTROLE

N°1

PROFESSEUR : M^r Neji Abdelkarim

SECTION : 2^{ème} année sciences

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

 Durée : 1h

Date : 03 / 11 / 2015

EXERCICE 1 (5 points)

<http://mathematiques.kooli.me/>

On considère les réels $A = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$ et $B = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

1. a) calculer A^2 . en déduire une expression simple de A
b) prouver que $A + 2B$ est un entier

2. soit $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

a) montrer que $\alpha + 1 = \frac{1}{\alpha}$

b) on pose $\varphi = \frac{1}{\alpha}$. calculer φ puis montrer que $\varphi^2 = \varphi + 1$

c) en déduire la valeur de $A = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2}}}}}$

EXERCICE 2 (4 points)

1. Comparer $1 + \sqrt{5}$ et $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

2. a- Soient a et b deux réels positifs. Montrer que $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

b- En déduire que pour tous a, b et c réels positifs, on a :

$$(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$$

EXERCICE 3 (11 points)

Soit (o, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé et A, B, C les points de coordonnées respectives

$(-2, 3), (7, 0), (2, -5)$

1. Soit D le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) Le vecteur \overrightarrow{AC} est non nul, donc il existe un nombre k tel que $\overrightarrow{AD} = k \overrightarrow{AC}$.

a- Exprimer les coordonnées du point D en fonction de k

b- Déterminer les composantes de \overrightarrow{BD} en fonction de k,

c- déterminer k puis calculer les coordonnées du point D.

(sachant que \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux)

2. On note (x, y) les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.

a- Exprimer AI^2, BI^2 et CI^2 en fonction de x et y.

b- Déterminer les coordonnées du point I