Lycée secondaire : Ibn Rochd		Année scolaire : 2013-2014
Prof : MAATALLAH	Devoir de contrôle n° 1	Classes : 4 tec 2
Epreuve : Mathématiques	Date : 16-11-2013	Durée : 2 heures

Exercice n° 1 : (3 points)

Pour chaque question une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.

1/ z est un nombre complexe dont un argument est $\frac{\pi}{4}$ alors un argument de $U=\frac{1}{\bar{z}^2}$ est :

a) $-\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) $-\frac{\pi}{4}$

2/ Soit z' et z'' deux nombres complexes non nuls d'arguments respectifs $\frac{\pi}{6}$ *et* $-\frac{7\pi}{6}$ on a :

a) $\frac{z''}{z'}$ est réel b) z'.z'' est réel c) z'.z'' est imaginaire pur .

3/ Une solution de l'équation $2z+\bar{z}=9+i$ est *:*

a) *3* b) *3 - i* c) *3 + i*

4/ $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+1)\sin(\frac{1}{2x+1})$ est égal à :

a) 1 b) $+\infty$ c) 0

Exercice n° 2 : (5 points)

Le tableau des variations d'une fonction f est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1

1/ a) Déterminer le signe de $f'(-1).f'(1)$

b) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

c) L'équation $f(x) = -1$ admet-elle une solution unique ?

d) La courbe représentative de la fonction f admet-elle des asymptotes ?

2/ Soit g la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $]2;+\infty[$ par $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

a) Etudier les branches infinies de la courbe de g .

b) On note g' la dérivée de la fonction g . Étudier le signe de $g'(x)$.

Exercice n° 3 : (6 points)

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = 3x+\sqrt{x^2-1} & pour\ x\le -1 \\ f(x)=5x^3+2x^2+x+1 & pour\ -1<x\le 0 \\ f(x)=1+\frac{2-2\cos x}{x} & pour\ x>0 \end{cases}$

(C_f)est sa courbe dans un repère orthonormé$(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x]$.Interpréter les résultats trouvés sur (C_f) .

b) Montrer que Interpréter les résultats trouvés sur (C_f)

2/ a) Montrer que f est continue sur .

b) Etudier la dérivabilité de f *en 0* et à gauche en *(-1)* .Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

c) Déterminer le domaine de dérivabilité D de f et calculer $f'(x)$ pour tout $x\in D$.

3/ Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet dans [-1,0] une solution unique α .

WWW.DEVOIR@T.NET © 2014

Exercice n° 4 : (6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$.

On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2-3i$, $z_B = i$ et $z_C = 6-i$.

On réalisera une figure que l'on complétera au fur et à mesure des questions.

On considère l'application f qui, à tout point M d'affixe z distincte de i, associe le point M'' d'affixe z' telle que :

$$z' = \frac{i\left(z-2+3i\right)}{z-i}.$$

1/ Calculer $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. En déduire la nature du triangle ABC.

2/ Soit D le point d'affixe $z_D = 1-i$. Déterminer l'affixe du point D' image du point D par f.

3/ a) Montrer qu'il existe un unique point, noté E, dont l'image par l'application f est le point d'affixe $2i$.

b) Démontrer que E est un point de la droite (AB).

4/ a) Démontrer que, pour tout point M distinct du point B, $OM' = \dfrac{AM}{BM}$.

b)En déduire l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$

c) Démontrer que si le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$ alors le point M'' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

5/ Démontrer que, pour tout point M distinct de A et de B, on a $\left(\vec{u}\,;\overrightarrow{OM'}\right) = \left(\overrightarrow{BM}\,;\overrightarrow{AM}\right) + \frac{®}{2} + 2® k\ ,k \in \mathbb{Z}$

Bon travail

Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie.

WWW.DEVOIR@T.NET © 2014