

Exercice n 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes , une seule réponse est correcte.La relever .

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9x^3 + 6)^2 \cos\left(\frac{1}{3x^3 + 2}\right) - (9x^3 + 6)^2$ est égal à :

a) $+\infty$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $-\frac{9}{2}$

2) La forme algébrique de $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2025}$ est :

a) $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) 1

c) -1

3) Si $f(x) = -4x^3 - 3x + 7$ et $g(x) = \frac{x+7}{3-x}$ alors $\lim_{x \rightarrow 3^+} f \circ g(x) =$

a) $+\infty$

b) $-\infty$

c) 0

Exercice n 2 (7 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

2) Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A, A' et B désignent les points d'affixes respectives $z_A = \sqrt{3} + i$, $z_{A'} = \sqrt{3} - i$ et $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

a) Écrire z_A et z_B sous forme exponentielle .Construire les points A , A' et B dans le repère

b) Montrer que le triangle OAA' est équilatéral. . Montrer que OAB est rectangle et isocèle en O.

3) a) Construire le point D tel que OADB soit un carré . Montrer que $z_D = 2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$

b) Vérifier que $z_D = z_A + z_B$, puis déterminer la forme algébrique de z_D

c) Déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

4) Soit (C) le cercle de centre O passant par D , soit E le symétrique de D par rapport à A .

a) Déterminer l'affixe du point E sous forme algébrique . Vérifier que E est un point de (C)

b) Montrer que le triangle OED est rectangle en O. En déduire la forme exponentielle de z_E

Exercice n 3 (5 points)

Le tableau des variations d'une fonction f continue sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$	1	2	$-\infty$	0

- 1) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$.
- 2)
 - a) Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ une solution unique α .
 - b) Étudier, alors, le signe de $f(x)$.
- 3) (Γ) étant la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, étudier les branches infinies de (Γ) .
- 4) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - 1}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+4}{xf(x)}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(\frac{x^3+1}{x^3+1}))$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x))$
- 5) Déterminer $f(]-\infty; 1])$ et $f(]1; +\infty[)$

Exercice 4 (5 points)

La courbe $\mathcal{C}_f$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie et continue sur $\mathbb{R}$. On sait que :

- La courbe $\mathcal{C}_f$ admet une branche parabolique de direction celle de $(O, \vec{j})$ au voisinage de $-\infty$.
- La droite d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.

1) Par une lecture graphique, déterminer :

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$.
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}\right)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \sin\left(\frac{1}{f(x)}\right)$, et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x - f(x)}$.
- c) Dresser le tableau de variation de f

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

- a) Déterminer le domaine de définition de g .
- b) Déterminer $g(]-2, 0])$.

