Lycé M.A.ENNEBI R.JBEL
JELASSI ADEL

Devoir de contrôle
N°1 ($4^{me}Tech_3$)

Durée : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan(2x)}{x}h$
6 Novembre 2024

Exercice 1 ★ (6 pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. A le point d'affixe 1+2i $\sqrt{2}$

1) a- Montrer que A appartient à un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 3
   b- Construire alors A
2) On considère un point M d'affixe z et on lui associe un point M'd'affixe $z'=\frac{z}{z-1-2i\sqrt{2}}$
   a- Déterminer z' pour z = 2i+1
   b- Déterminer z pour z' = -i
3) a- Montrer que $OM'=\frac{OM}{AM}$.
   b- Déterminer l'ensemble des point M tel que M' soit un point du cercle trigonométrique .
4) Déterminer l'ensemble des point M du plan tel que z' soit imaginaire pure
5) a- Montrer que $|z'-1|.|z-1-2i\sqrt{2}|=3$
   b- Déduire l'ensemble des point M' lorsque M décrit le cercle $\mathscr{C}$
6) a- Montre que arg(z') $=(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MO})+2k\pi;k\in\mathbb{Z}$.
   c- En déduire l'ensemble des points M'tel que M, A et O soit alignés.

Exercice 2 ★★ (4 pts)

Dans la figure de l'annexe A est un point du cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2 tel que

$\arg(z_A)\equiv\frac{\pi}{4}(2\pi)$

et B le point du $\mathscr{C}$ tel que OAB est un triangle équilatéral direct

1) Déterminer la forme exponentielle de Z_A puis déduire sa forme algébrique.
2) a- Déterminer la forme exponentielle de Z_B
   b- Montrer Alors que $Z_B=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}+i\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$
   d- En déduire cos ($\frac{7\pi}{12}$) et sin ($\frac{7\pi}{12}$)

Rappel : $\cos(a+b)=\cos a.\cos b-\sin a.\sin b$
$\sin(a+b)=\sin a.\cos b+\sin b.\cos a$

3) Soit le point C d'affixe $Z_C = Z_A+Z_B$
   a- Montrer que OACB est un losange.
   b- Placer C.
   c- Déduire un argument de Z_C
   d- Déterminer l'affixe du milieu du segment [AB]
   e- Calculer OI puis déduire la forme exponentielle du Z_c

http://mathematiques.kooli.me/

Exercice 3 ★★★ (6 pts)

Soit la fonction définie sur IR par $f(x)=\begin{cases}1+x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & si\ x<0\\ \dfrac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} & si\ x\geq 0\end{cases}$

1) a- Montrer que pour tout x< 0 on a : $x+1\leq f(x)\leq 1-x$.

   b- Déduire que f est continue en 0.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis interpréter le résultat graphiquement.

3) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$: on pourra poser $\dfrac{1}{x}=y$.

4) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(-\sqrt{1-x}+1\right)$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

5) On admet que f est strictement décroissante sur IR*

   a- Montrer que l'équation f(x) = x admet une unique solution $\alpha\in\left]0,1\right[$.

   b- Montrer que $\dfrac{\sqrt{\alpha}}{2}=\dfrac{1-\alpha}{1+\alpha}$

6) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(\dfrac{1-\cos(\pi x)}{x^2}\right)=\dfrac{2\sqrt{2}-\pi}{2\sqrt{2}+\pi}$.

Exercice 4 ★★★★ (4 pts)

Le graphique ci-contre est d'une fonction f définie sur IR\{2}

- ✓ Dont x = 2 est une asymptote verticale.
- ✓ (O, $\vec{i}$) est une branche parabolique a Cf au voisinage de ($-\infty$).
- ✓ (O, $\vec{j}$) est une branche parabolique a Cf au voisinage de ($+\infty$).

1) Par lecture graphique déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} fof(x)$.

2) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{f(x)-3}$ et $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)}{f(x)-3}$

3) Déterminer $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{f(x)+2}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{f(x)-2}{x-2}$.

4) Déterminer s'ils existent des points d'inflexion à Cf ?

5) Soit la fonction g(x) =f(x) +4 ; $x\in\left]-\infty;1\right[$.

   a- Montrer g st strictement croissante sur $\left]-\infty;1\right[$.

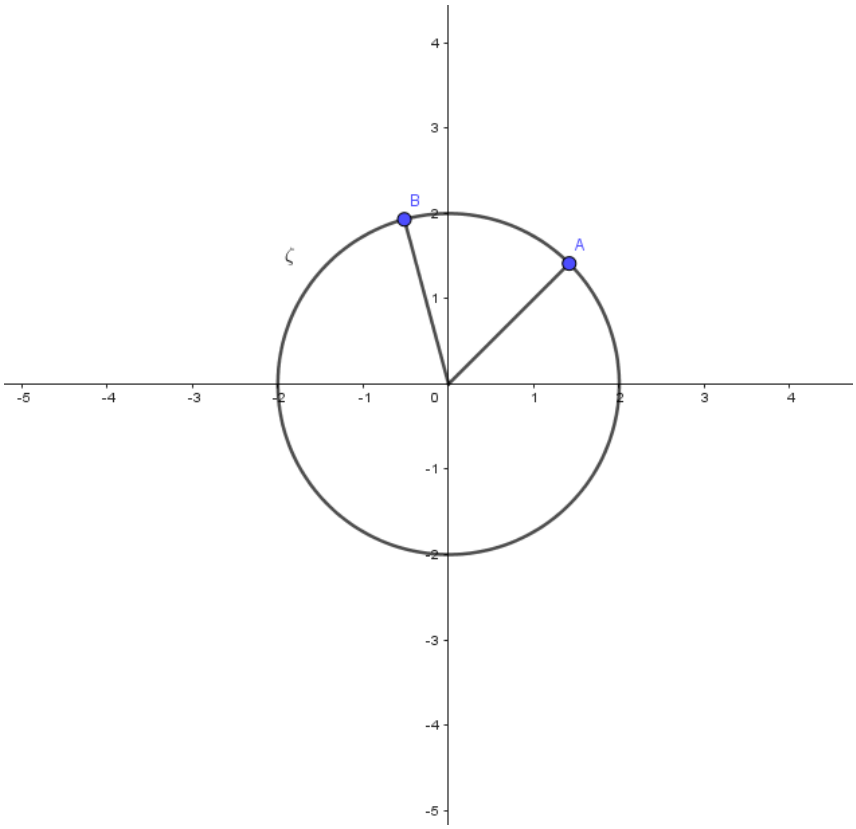
   b- Montrer que l'équation f(x) = -4 admet une unique solution $\beta\in\left]-\infty;1\right[$.

   c- Préciser la position de β sur le graphique.

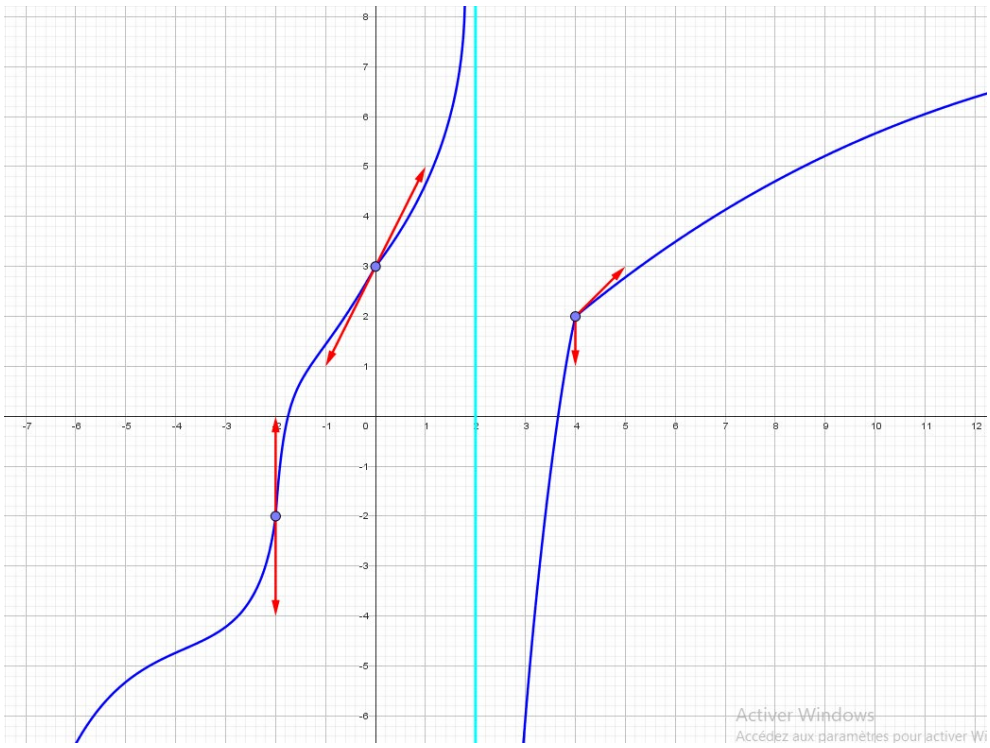
Annexe :

Nom Prénom .....

Exercice 2



Exercice 4


Activer Windows
Accédez aux paramètres pour activer Wi