



Nom & Prénom

Exercice n°1 :(6 points)

1) Soit β un réel de l'intervalle $\left] \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \right[$

On considère le trinôme de second degré T défini par : $T(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels et $a \neq 0$

Le signe de $T(x)$ est donné par le tableau ci-contre :

x	$-\infty$	β	$\frac{1}{\beta}$	$+\infty$
T(x)		+	-	+

1) Donner le signe de chacun des réels

$T\left(\frac{3}{5}\right)$, $T\left(\frac{2}{5}\right)$ et $T\left(\frac{5}{2}\right)$. Justifier votre réponse.

2) a) Vérifier que $a = c$.

b) Montrer que $b < 0$.

3) a) Vérifier que $\beta < 1 < \frac{1}{\beta}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{T(x)}{1-x^2} \leq 0$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $T(x) \leq a(x-\beta)(2x+\beta)$.

Exercice n°2 :(6 points)

On donne les polynômes T et P définis par : $T(x) = x^2 - 5x + 4$ et $P(x) = -4x^4 + 20x^2 - 16$.

1) a) Factoriser le trinôme T .

b) En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x^2 - 1)(-4x^2 + 16)$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x) \geq 0$.

2) Soit le polynôme Q défini par $Q(x) = -2x^3 + 5x^2 - x - 2$.

a) Vérifier que 1 et 2 sont deux racines de Q .

b) En déduire qu'il existe deux réels a et b tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $Q(x) = (x^2 - 3x + 2)(ax + b)$.

c) Vérifier que $a = -2$ et $b = -1$.

3) Soit $f(x) = \sqrt{\frac{Q(x)}{P(x)}}$

a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f qu'on le note D_f .

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2x+1}{x^2+3x+2}}$.

Exercice n°3 :(8 points)

On donne ci - dessous un trapèze ABCD tel que $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC}$.

Soit I le milieu du segment [AB] et G le point défini par $\overrightarrow{GI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$.

- 1) a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (I , 2) et (A , - 3) .
b) Montrer que le quadrilatère GICD est un parallélogramme. Construire le point G.
c) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (A , 3) ; (C , - 2) et (D , 2)
- 2) La droite passante par I et parallèle à (AD) coupe (DC) en K .
a) Montrer que DKIA est un parallélogramme.
b) Montrer que K est le barycentre des points pondérés (A , -1) ; (B , 1) et (D , 2) .
- 3) Soit le point H défini par : $2\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{BH} - 2\overrightarrow{CH} + 4\overrightarrow{DH} = \vec{0}$.
a) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (G , 3) et (K , 2) .
Construire le point H .
b) Déterminer et construire l'ensemble :

$$\Gamma = \left\{ M \in \text{Plan} \mid \left\| 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} - 2\overrightarrow{CM} + 4\overrightarrow{DM} \right\| = \left\| 5\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC} \right\| \right\}$$

Figure

