Lycée : Mohamed Ali.Sfax Professeur : M Fourati	**Devoir de contrôle n°2**	Date : 22/11/2025 $2^{ème}$ Sc6 ; Durée : 1 h

Exercice 1 : (5pts)

Soit le trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ *et son tableau de signe est le suivant*

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

1°) a- *Justifier que :* $P(0) < 0$; $\Delta > 0$ *et que* $a < 0$.

b- *Montrer que* $b = 4\,a$ *et* $c = \frac{7}{4}\,a$

2°) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'inéquation* $P\left(\frac{x}{2}\right) \geq 0$

3°) a- *Factoriser* $P(x)$

b- *Vérifier que* $P(0) = P(-4)$

c- *On donne* $P(0) + P(-4) = -14$, *déterminer* $P(0)$ *puis déterminer l'expression de* P

Exercice 2 : (6pts)

Soit le trinôme du second degré $A(x) = 2x^2 + 2x - 4$

1°) a- *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation* $A(x) = 0$

b- *Dresser le tableau de signe du trinôme* $A(x)$

c- *Déterminer l'ensemble de solution de l'inéquation* $A(x) < 0$

2°) *Soit les deux fonctions* f *et* g *définies par* $f(x) = \frac{x^2}{A(x)}$ *et* $g(x) = \frac{1}{2(x-1)}$

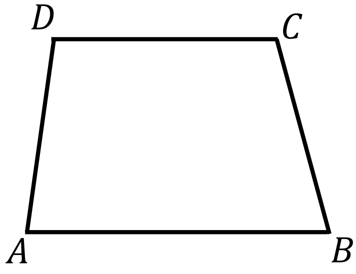
Déterminer les deux ensembles de définitions des fonctions f *et* g

3°) a- *Factoriser* $A(x)$

b-*Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $f(x) \geq g(x)$

Exercice 3 : (9pts)

On considère dans le plan $\mathscr{P}$ *un trapèze* ABCD *tel que les deux base* $AB = 4$ *et* $DC = 3$



1°) *Soit* I *le barycentre de* $(A, 1)$ et $(B, 3)$

a- *Montrer que* $AI = 3$.

b- *En déduire la nature du quadrilatère* $AICD$.

2°)*Soit* G *le barycentre de* $(A, 1)$; $(B, 3)$ *et* $(C, -2)$

a- *Montrer que* $S_I(C) = G$

b- Soit J le *barycentre de* $(A, 1)$ *et* $(C, -2)$

Montrer que G *est le barycentre de* $(J, -1)$ *et* (B ,3).

c- *En déduire que* $(AC) \cap (GB) = \{J\}$

3°) *Soit l'ensemble :* $\mathscr{C} = \left\{ M \in \mathscr{P} \,/\, \left\| \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} \right\| \right\}$

a- *Montrer que pour tout* $M \in \mathscr{P}$ *on a :* $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{CI}$

b- *En déduire que* $\mathscr{C}$ *est le cercle de centre* G *et de rayon* GC.

Corrigé du devoir de contrôle N°2(2025/2026)2ème Sc6

Exercice 1 :

1°/a) On a : $P(0) < 0$ car $0 \in \left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

$\Delta > 0$ car P admet deux racines distincts

$a > 0$ car à l'extérieur des racines $P(x) < 0$

b) Les racines $x' = -\frac{7}{2}$ et $x'' = -\frac{1}{2}$

donc $x' + x'' = -\frac{8}{2} = -4 = \frac{-b}{a}$ sig $b = 4a$

et $x'.x'' = \frac{7}{4} = \frac{c}{a}$ sig $c = \frac{7}{4}a$

2°/D'après le tableau $P\left(\frac{x}{2}\right) \geq 0$

sig $-\frac{7}{2} \leq \frac{x}{2} \leq -\frac{1}{2}$ sig $-7 \leq x \leq -1$

donc $S_{IR} = [-7;-1]$

3°/a) $P(x) = a(x - x')(x - x'')$

$= a\left(x + \frac{7}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

b)On a: $P(0) = a.\frac{7}{2}.\frac{1}{2} = \frac{7}{4}a$

et $P(-4) = a\left(-4 + \frac{7}{2}\right)\left(-4 + \frac{1}{2}\right)$

$= a\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{4}a$

Donc $P(0) = P(-4)$

c) On a $P(0) + P(-4) = -14$ sig $2P(0) = -14$

sig $P(0) = -7$ or $P(0) = \frac{7}{4}a$. par suite

$\frac{7}{4}a = -7$ sig $a = -4$

$b = 4a = 4 \times (-4) = -16$ et $c = \frac{7}{4}a = -7$

Conclusion : $P(x) = -4x^2 - 16x - 7$

Exercice 2 :

1°/a) $A(0) = 0$ sig $2x^2 + 2x - 4 = 0$

$a + b + c = 2 + 2 - 4 = 0$

donc $x' = 1$ et $x'' = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2$

b)

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$A(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c)Pour $A(x) < 0$; $S_{IR} =]-2;1[$

2°/$f(x) = \frac{x^2}{A(x)}$; $D_f = \{x \in \mathbb{R}$ telque $A(x) \neq 0\}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2;1\}$

$g(x) = \frac{1}{2(x-1)}$; $D_g = \{x \in \mathbb{R}$ telque $(x-1) \neq 0\}$

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

3°/a) $A(x) = a(x - x')(x - x'')$

$= 2(x-1)(x+2)$

b)pour tout $x \in D_f$ (car $D_f \subset D_g$

$f(x) \geq g(x)$ sig $f(x) - g(x) \geq 0$

sig $\frac{x^2}{A(x)} - \frac{1}{2(x-1)} \geq 0$ sig $\frac{x^2}{A(x)} - \frac{x+2}{2(x-1)(x+2)} \geq 0$

sig $\frac{x^2-x-2}{A(x)} \geq 0$

On a: $x^2 - x - 2 = 0$; $a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0$

donc $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-c}{a} = 2$

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$A(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)-g(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

$S_{IR} =]-\infty;-2[\cup [-1;1[\cup [2;+\infty[$

Exercice 3 :

1°/a) On a : I le barycentre de $(A,1)$ et $(B,3)$

sig $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ donc $AI = \frac{3}{4}AB = \frac{3}{4}.4 = 3$

b)$I \in [AB]$ et $AI = 3 = DC$ comme $(AB)//(DC)$

alors $AICD$ est un parallélogramme.

2°/a) G le barycentre de $(A,1);(B,3)$ et $(C,-2)$

sig $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ or $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} = 4\overrightarrow{GI}$

car I le barycentre de $(A,1)$ et $(B,3)$

D'où $4\overrightarrow{GI} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ sig G le barycentre de

$(I,4)$ et $(C,-2)$ sig $\overrightarrow{CG} = \frac{4}{-2+4}\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{CI}$

sig $I = C * G$ et $S_I(C) = G$

b) On a : $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

et $\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GJ}$ car J le barycentre de $(A,1)$

et $(C,-2)$ d'où $-\overrightarrow{GJ} + 3\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

sig G est le barycentre de $(J,-1)$ et $(B,3)$.

c) On a J le barycentre de $(A,1)$ et $(C,-2)$

donc $J \in (AC)$

et G est le barycentre de $(J,-1)$ et $(B,3)$

donc $J \in (BG)$

Conclusion : $(AC) \cap (GB) = \{J\}$

3°/a) pour tout $M \in \mathscr{P}$ on a : $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MI}$

car I le barycentre de $(A,1)$ et $(B,3)$,par suite

$\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MI} - 4\overrightarrow{MC}$

$= 4\overrightarrow{MI} + 4\overrightarrow{CM}$

$= 4\left(\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MI}\right)$

$= 4\overrightarrow{CI}$

b) pour tout $M \in \mathscr{P}$ on a :

$\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MG}$ car G le barycentre

de $(A,1);(B,3)$ et $(C,-2)$ donc

$\mathscr{C} = \left\{M \in \mathscr{P} / \|2\overrightarrow{MG}\| = \|4\overrightarrow{CI}\|\right\}$

$= \{M \in \mathscr{P} / MG = 2CI = CG\}$ car $I = C * G$

Donc $\mathscr{C}$ est le cercle de centre G et de rayon GC.