

Nom & Prénom

Exercice n°1 : (6 points)

1) Résoudre dans IR les équations suivantes :

$$(E_1): -2025x^2 - 2024x + 1 = 0$$

$$(E_2): x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(E_3): \sqrt{-2x+5} = x-1$$

2) a) Factoriser le trinôme $T(x) = x^2 + 3x - 10$.

b) Résoudre alors dans IR l'équation : $(E_4): \sqrt{-x^2 + 11} = x^2 + 1$.

Exercice n°2 : (6 points)

On considère l'équation $(E): (\sqrt{2}+1)x^2 + 2x - 2 = 0$.

1) Sans calculer le discriminant de l'équation (E) , montrer que (E) admet deux racines distinctes x' et x'' (**On suppose que $x' < x''$**) .

2) Soit $A = (2x' + 1)(2x'' + 1)$ et $B = \frac{x''\sqrt{2}}{x'} + \frac{x'\sqrt{2}}{x''}$.

Sans calculer x' et x'' :

a) Vérifier que $x' + x'' = x'x'' = 2 - 2\sqrt{2}$.

b) Montrer que $A = 13 - 12\sqrt{2}$ et que $B = -4$.

c) Montrer que : $x' < -\frac{1}{2} < x''$.

3) a) Vérifier que $(-\sqrt{2})$ est une solution de l'équation (E) .

b) En déduire l'autre solution de l'équation (E) .

Exercice n°3 :(8 points)

On donne dans la figure ci-dessous un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 2 AC$. Soit J le milieu du segment $[AC]$.

Soit I et L les points définis par $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{AL} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- 1) a) Vérifier que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et que J est le milieu du segment $[IL]$.
b) En déduire la nature du quadrilatère IALC.
c) Placer sur la figure ci-dessous les points I et L.
- 2) a) Montrer que $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ})$ est un repère orthonormé du plan.
b) Déterminer les coordonnées des points B, C et L.
- 3) Soit x un réel. On donne le point $M(-x, \frac{1}{2}x + 2)$ et on note $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$.
a) Montrer que pour tout réel x, les points M, B et C sont alignés.
b) Montrer que M appartient au cercle $\mathcal{C}$ si et seulement si $5x^2 + 24x + 16 = 0$.
c) En déduire que M appartient au cercle $\mathcal{C}$ si et seulement si $M=B$ ou $M=K(\frac{4}{5}, \frac{8}{5})$.
d) Construire alors sur la figure ci-dessous le point K.
- 4) Déterminer les coordonnées du point L selon le repère $\mathcal{R}' = (I, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.

Figure

