Année Scolaire 2022/2023 Lycée Imam Moslem Menzah	# Devoir De Contrôle N°1# ~Durée 60 minutes~	Mr KHEMIRI Fawzi Classe 2ième Sc 5

Exercice 1 (4 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des assertions suivantes **avec** justification.

1) Pour tout réel *x*, on a $\frac{x^2}{1+x^2} < \frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}}$.
2) L'ensemble des solutions réelles de l'équation $|x-2| = 2-x$ est $\{2\}$.
3) Pour tout réel *m* tel que $|m| < 2$; l'équation $x^2 + mx + 1 = 0$ admet deux racines inverses.
4) Soient *A*, *B*, et *C* trois points tels que $AB = 3$, $BC = \sqrt{3}-1$ et $AC = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$.
   Les points *A*, *B*, et *C* sont alignés.
5) Si *ABC* est un triangle de centre de gravité *G* alors $G\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ dans $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.
6) Soit $x \in \mathbb{R}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ \sqrt{x+2} \end{pmatrix}$ dans une base orthonormée. Le vecteur $\vec{u}$ n'est jamais unitaire.

Exercice 2 (3 points)

Soient *a* et *b* deux réels tels que $0 < a < b$.

a) Comparer $\frac{a}{a+1}$ et 1 puis ranger dans l'ordre croissant $\sqrt{\frac{a}{a+1}}$; $\frac{a}{a+1}$ et $\frac{a^2}{a^2+2a+1}$.

b) Montrer que $\frac{a}{a+1} < \frac{b}{b+1}$ et en déduire une comparaison entre $\frac{2021}{2022}$ et $\frac{2022}{2023}$.

c) Comparer $\frac{a^2-1}{a}$ et $\frac{b^2-1}{b}$.

Exercice 3 (6 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(I) : \frac{x^2}{x-1} \geq x-1$; $(E_1) : \frac{\sqrt{x+2}}{x} = \sqrt{3}$; $(E_2) : \sqrt{2+|x|} = x$ et.
2) Soit l'équation $(E) : x^2 + \left(2\sqrt{2}-7\right)x + 12 - 8\sqrt{2} = 0$.

   a) Vérifier que 4 est une solution de (E).

   b) En déduire l'autre solution.

   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(E') : x^4 + \left(2\sqrt{2}-7\right)x^2 + 12 - 8\sqrt{2} = 0$.

Exercice 4 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) Placer les points $A(1,2)$; $B(3,1)$ $C(3,6)$; $D(6,2)$ et $E(-3,4)$.
2) a) Montrer que $(BD)//(CE)$.

   b) Montrer que le triangle *ABC* est rectangle en *A*.
3) Soit $M(x,y)$; $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$.

   a) Montrer que $M \in (AC)$ si et seulement si $y = 2x$.

   b) Pour $M \in (AC)$, calculer *DM* en fonction de *x*.

   c) Donner la forme canonique de $5x^2 - 20x + 40$ et en déduire la valeur de *x* qui donne la valeur minimale de *DM*. Placer *M* dans ce cas.

   d) Déterminer alors la distance du point *D* à la droite (AC).