Lycée : ***Mohamed Ali*** *Professeur :* ***M Fourati***	***Devoir de contrôle n°1***	*Date :* ***18/10/2025*** *Classe:* ***2Sc6*** *; Durée :* ***1 h***

Exercice 1 : (6 pts)

1°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$,les équations suivantes: *a /* $2x^2 - x + 5 = 0$

b / $x^2 - \sqrt{5}x - 10 = 0$

c / $\frac{x^2+x}{x+1} = 2.$

2°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation suivante: $\frac{-4}{x-2} \leq 3$

Exercice 2 : (5 pts)

1°/Soit l'équation $(E): x^2 + 3\sqrt{5}x - 20 = 0$

a/ Sans calculer le discriminant Δ , justifier que l'équation (E) admet deux solutions distincts x' et x''tel que $x'.x'' = -20$

b/ Vérifier que $x' = \sqrt{5}$ est une solution de l'équation (E).

c/ En déduire l'autre solution x'' de l'équation (E).

2°/On donne l'équation $(E'): \frac{1}{x} + 3\sqrt{\frac{5}{x}} - 20 = 0$

a/ Déterminer l'ensemble de réels x pour que l'expression $\frac{1}{x} + 3\sqrt{\frac{5}{x}} - 20$ est définie

b/ En déduire d'après la première question l'ensemble des solutions de (E').

Exercice 3 : (9 pts)

On considère $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$ une base orthonormée et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2\sqrt{2}}{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{\imath} - \frac{1}{3}\vec{\jmath}$

1°/ a- Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

b- Montrer que $(\vec{u};\vec{v})$ est une base orthonormée

2°/soit le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ et les point $A(\sqrt{2};4)$ et $B(\sqrt{2}-1;4-2\sqrt{2})$

a- Vérifier que les deux vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

b- Vérifier que $\overrightarrow{AB} = -3\vec{u}$

c- Justifier que les points $O; A$ et B sont alignés.

d- Déterminer la distance AB.

3°/ a- Déterminer les composantes du vecteur $\vec{w} = 2\sqrt{2}\vec{u} - \vec{v}$ dans la base$(\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

b- En déduire les composantes du vecteur$\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u};\vec{v})$.

Correction devoir de contrôle n°1 (2ème Sc6)2025/26

Exercice 1 :

1°/a) $2x^2 - x + 5 = 0.\ a = 2; b = -1$ *et* $c = 5$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 40 = -39 < 0$ *donc* $S_{IR} = \emptyset$

b) $x^2 - \sqrt{5}x - 10 = 0$;

$a = 1;\ \ b = -\sqrt{5}$ *et* $c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac = \left(-\sqrt{5}\right)^2 + 40 = 45 > 0$ *donc*

$x' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{45}}{2} = \frac{\sqrt{5}-3\sqrt{5}}{2} = -\sqrt{5}$ *et* $x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{45}}{2} = \frac{\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}$

D'où $S_{IR} = \left\{-\sqrt{5}; 2\sqrt{5}\right\}$

c) $\frac{x^2+x}{x+1} = 2$; **<u>condition</u>** :$x + 1 \neq 0$ *don* $x \neq -1$

pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ *;on a :*

$\frac{x^2+x}{x+1} = 2$ *sig* $x^2 + x = 2(x+1)$

sig $x^2 - x - 2 = 0$

$a = 1\ ; b = -1; c = -2$

On a :$a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0$

donc $x' = -1$ *a rejeté et* $x'' = -\frac{c}{a} = 2$

$S_{IR} = \{2\}$

2°/$\frac{-4}{x-2} \leq 3$; **<u>condition</u>** :$x - 2 \neq 0$ *don* $x \neq 2$

pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ *;on a :*

$\frac{-4}{x-2} \leq 3$ *sig* $\frac{-4}{x-2} - 3 \leq 0$ *sig* $\frac{-4-3x+6}{x-2} \leq 0$

sig $\frac{-3x+2}{x-2} \leq 0.$ *on a*: $-3x + 2 = 0$ *sig* $x = \frac{2}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$-3x+2$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{3x-2}{x-1}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

$S_{IR} = \left]-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup]2; +\infty[$

Exercice 2 :

1°/a)*on a :*$a = 1; b = 3\sqrt{5}$ *et* $c = -20.$ *Comme* a *et* c *de signe contraires alors l'équation* (E) *admet deux solutions distincts* x' *et* x''*tel que* $x'.x'' = \frac{c}{a} = -20$

b) (E): $x^2 + 3\sqrt{5}x - 20 = 0$ *pour* $x' = \sqrt{5}$;

$\left(\sqrt{5}\right)^2 + 3\sqrt{5}.\sqrt{5} - 20 = 5 + 15 - 20 = 0$ *donc* $x' = \sqrt{5}$ *est une solution de* (E).

c) *On a* $x' + x'' = \frac{-b}{a} = -3\sqrt{5}$

donc $x'' = -3\sqrt{5} - x' = -3\sqrt{5} - \sqrt{5} = -4\sqrt{5}$

2°/a)*l'expression* :$\frac{1}{x} + 3\sqrt{\frac{5}{x}} - 20$ *a un sens , si et seulement si,* $x \neq 0$ *et* $\frac{5}{x} > 0$ *sig* $x \in]0; +\infty[$

b) (E'): :$\frac{1}{x} + 3\sqrt{\frac{5}{x}} - 20 = 0$

sig : $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + 3\sqrt{5}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - 20 = 0$

On pose $t = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

l'équation sera $t^2 + 3\sqrt{5}\,t - 20 = 0$

d'après **1**°/ $t = \sqrt{5}$ *ou* $t = -4\sqrt{5}$

par suite:$\frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$ *ou* $\frac{1}{\sqrt{x}} = -4\sqrt{5} < 0$ *a rejeté*

sig $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ *sig* $x = \frac{1}{5} \in]0; +\infty[$

alors $S_{IR} = \left\{\frac{1}{5}\right\}$

Exercice 3 :

1°/a) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2\sqrt{2}}{3}\end{pmatrix}$*et* $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{2}}{3}\\ \frac{-1}{3}\end{pmatrix}$*on a* : $\frac{1}{3}.\frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}.\left(\frac{-1}{3}\right) = 0$

Donc $\overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$

b) *On a* :$\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{8}{9}} = 1$

et $\|\overrightarrow{v}\| = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2\left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{8}{9} + \frac{1}{9}} = 1$

puis que $\overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$ *et* $\|\overrightarrow{u}\| = \|\overrightarrow{v}\|$ *alors* $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ *est une base orthonormée*

2°/a) *On a :* $\det(\overrightarrow{OA}\,; \vec{u}) = \begin{vmatrix}\sqrt{2} & \frac{1}{3}\\ 4 & \frac{2\sqrt{2}}{3}\end{vmatrix}$

$= \sqrt{2} \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) - 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = 0$

Donc $\overrightarrow{OA}$ *et* $\overrightarrow{u}$ *sont colinéaires.*

b) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}(\sqrt{2}-1)-\sqrt{2}\\ (4-2\sqrt{2})-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\ -2\sqrt{2}\end{pmatrix} = -3\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2\sqrt{2}}{3}\end{pmatrix} = -3\overrightarrow{u}$

c) $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{u}$ *donc sont colinéaires et on a* $\overrightarrow{OA}$ *et* $\overrightarrow{u}$ *sont colinéaires donc* $\overrightarrow{OA}$ *et* $\overrightarrow{AB}$ *sont colinéaires par suite* $O; A$ *et* B *sont alignés*

d) $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{u}$ *donc* $AB = |-3|.\|\overrightarrow{u}\| = 3 \times 1 = 3$

3°/a)$\overrightarrow{w} = 2\sqrt{2}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2\sqrt{2}}{3}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{2}}{3}\\ \frac{-1}{3}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{3}\\ \frac{8+1}{3}\end{pmatrix}$

D'où $\overrightarrow{w}\binom{0}{3}$

b)$\vec{w} = 2\sqrt{2}\,\vec{u} - \vec{v} = 3\overrightarrow{J}$ *sig* $\overrightarrow{J} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v}$

d'ou $\overrightarrow{J}\begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{2}}{3}\\ -\frac{1}{3}\end{pmatrix}_{(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})}$