

Dérivabilité d'une fonction. Fonction dérivées. 3ème Techniques

Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2x - 2$

- 1) Montrer que la fonction f est dérivable en 1, et déterminer $f'(1)$.
- 2) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 1.
- 3) Donner une approximation affine de $f(0,99)$.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ et soit C_f sa courbe représentative.

- 1) Montrer que la fonction f est dérivable en -1 , et déterminer $f'(-1)$.
- 2) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse -1 .
- 3) Donner une approximation affine de $f(-1,002)$.

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $[3, +\infty[$ par ; $f(x) = \sqrt{x-3}$

- 1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 3.
b) Interpréter le résultat graphiquement.
- 1) Montrer que la fonction f est dérivable en 4, et déterminer $f'(4)$.
- 2) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 4.
- 3) Donner une approximation affine de $f(4,002)$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $[-2, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+2}$

- 1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en -2 .
b) Interpréter le résultat graphiquement.
- 2) a) Montrer que f est dérivable en 2.
b) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 2.
- 3) Donner une approximation affine de $f(2,001)$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + x & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x}{x-1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et soit C_f sa courbe représentative.

- 1) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .
- 2) a) Etudier la dérivabilité de f en 0.
b) Interpréter le résultat graphiquement.
- 3) a) Montrer que f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$.
b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

4) Soit A un point de C_f d'abscisse x_0 et soit T la tangente à C_f en A . Déterminer le point A pour que T soit parallèle à la droite $\Delta: y = 3x + 1$.

Exercice 6

Le graphique ci-contre représente une fonction f définie sur \mathbb{R} .

1) Déterminer graphiquement $f(1)$; $f'(-2)$ et $f'(-1)$

2) La fonction f est-elle dérivable à droite en 1, à gauche en 1 et en 1?

3) Déterminer graphiquement $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)+1}{x-1}$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)+1}{x-1}$

4) Déterminer le domaine de dérivabilité de f .



Exercice 8

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{2x-1}$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$, et que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$; $f'(x) = \frac{-3}{(2x-1)^2}$

2) Soit la droite $\Delta: y = -3x$.

a) Montrer qu'il existe deux tangentes T_1 et T_2 à C_f parallèles à la droite Δ .

b) Donner une équation cartésienne de chacune des tangentes T_1 et T_2

3) Existe-t-il des tangentes à C_f passant par le point $A(2, 0)$?

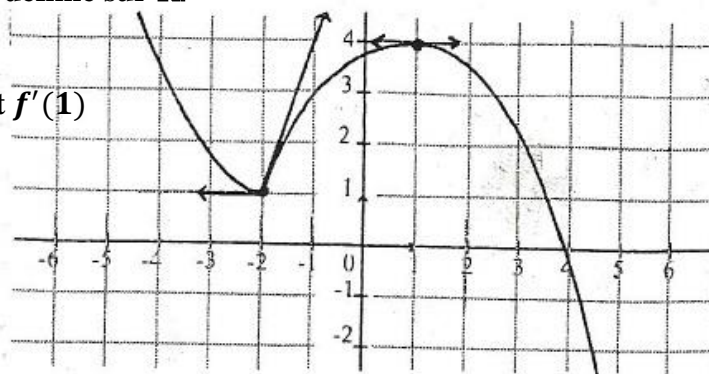
Exercice 7

Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie sur \mathbb{R} .

1) La fonction f est-elle dérivable en -2 ?

2) Déterminer graphiquement $f'_g(-2)$; $f'_d(-2)$ et $f'(1)$

3) Dresser le tableau de variation de f .



Exercice 9

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x+2}{1-x} & \text{si } x \leq -1 \\ f(x) = x^2 + 3x + 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$
 et soit C_f sa courbe représentative.

représentative.

1) Montrer que f est continue en -1 .

2) a) Étudier la dérivabilité de f en -1 .

b) Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse -1 .

3) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

4) Existents-ils des points de C_f où la tangente est parallèle à la droite : $\Delta: y = \frac{1}{4}x - 1$? Si oui préciser leurs coordonnées.