

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{N} les équations suivantes : $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$; $C_n^2 + C_{n-3}^2 = 18$, $C_n^2 + C_{n+1}^3 = 16$

Exercice 2

1) Calculer les sommes suivantes

$$S_1 = 1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + 8C_n^3 + \dots + 2^n C_n^n \quad \text{et} \quad S_2 = 1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 - 8C_n^3 + \dots + (-1)^n \times 2^n \times C_n^n$$

2) En déduire la valeur de $S = 1 + 2^2 C_{100}^2 + 2^4 C_{100}^4 + \dots + 2^{98} C_{100}^{98} + 2^{100}$

Exercice 3

Un sac contient quatre boules rouges numérotées : 1, 1, 1, 2; trois boules noires numérotées : 1, 2, 2 et trois boules blanches numérotées : 1, 1, 2 toutes indiscernables au toucher.

1) On tire au hasard et simultanément 3 boules du sac.

a) Définir l'univers Ω associé à cette épreuve et calculer son cardinal.

b) Combien y a t'il de tirages contenant deux boules portant le $n^{\circ}1$ et une boule portant le $n^{\circ}2$?

c) Combien y a t'il de tirages contenant 3 boules tricolores ?

d) Combien y a t'il de tirages contenant deux boules portant le $n^{\circ}1$ et une seule boule blanche ?

2) On tire maintenant, successivement et sans remise 3 boules du sac.

Répondre aux même questions a) b) c) et d) précédentes.

Exercice 4

Une urne contient 9 jetons répartis comme suit : 4 jetons blancs marqués : 1, 1, 2, 6.

5 jetons rouges marqués : 2, 2, 2, 3, 4.

1) On tire au hasard et simultanément 3 boules du sac.

a) Dénumbrer tous les tirages possibles.

b) Dénumbrer les tirages comprenant trois jetons rouges.

c) Combien y a t'il de tirages contenant au moins un jeton blanc.

d) Dénumbrer les tirages comprenant trois jetons dont la somme des numéros marqués est égale à 8.

e) Dénumbrer les tirages comprenant un jeton et un seul blanc et un jeton et un seul portant un numéro multiple de 3.

2) On tire maintenant successivement et sans remise trois jetons de l'urne.

a) Définir l'univers Ω associé à cette épreuve et calculer son cardinal.

b) Dénumbrer les tirages comprenant un seul jeton marqué 2.

c) Dénumbrer les tirages tel que le premier jeton tiré porte le numéro 2.

d) Dénumbrer les tirages tel que le premier jeton tiré est blanc et le deuxième jeton tiré est marqué 2.

Exercice 5

Un sac contient six jetons numérotés de 1 à 6.

1) On tire successivement et sans remise 3 jetons du sac.

a) Combien y a t'il de tirages possibles.

- b) Déterminer le nombre de tirages ne comprenant aucun jeton marqué 1.
- 2) On tire maintenant successivement et avec remise 3 jetons du sac.
- a) Déterminer le nombre de ces tirages.
- b) Déterminer le nombre de tirages ne comprenant aucun jeton marqué 1.
- c) Déterminer le nombre de tirages comprenant un et un seul jeton marqué 1.

Exercice 6

Une urne contient trois jetons blancs numérotés 0,1,2; et deux jetons verts numérotés 0,1 tous indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard deux jetons de l'urne.

- 1) a) Dénombrer tous les tirages possibles.
- b) Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants :

A « avoir deux jetons de même couleur »

B « la somme des numéros des jetons qui restent dans l'urne est égale à 3 »

- 2) On tire maintenant successivement et avec remise trois jetons de l'urne.

Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants :

C « avoir un seul jeton vert »

D « avoir une somme égale à 5 »

Exercice 7

Une urne contient trois boules jaunes, quatre boules noires et n boules vertes, $n \geq 2$.

- 1) On tire au hasard et simultanément 3 boules du sac

Déterminer n pour que le nombre de tirage contenant une boule jaune et deux boules vertes soit égal à 30

Dans la suite de l'exercice on prend $n = 5$.

- 2) On tire maintenant au hasard et simultanément 2 boules du sac

a) Définir l'univers Ω associé à cette épreuve et calculer son cardinal

b) Déterminer le nombre de tirages comprenant une boule jaune et une boule noire

c) Déterminer le nombre de tirages comprenant une boule jaune et une boule verte

- 2) On tire maintenant successivement et sans remise 2 boules du sac

a) Définir l'univers Ω' et calculer son cardinal

b) Déterminer le nombre de tirages comprenant une boule jaune et une boule noire

c) Déterminer le nombre de tirages comprenant une boule jaune et une boule verte

Exercice 8

Une urne contient 9 jetons répartis comme suit : 4 jetons rouges numérotés $-2, 2, 2, 2$.

5 jetons noirs numérotés $-2, 0, 0, 0, 2$.

- 1) On tire simultanément deux jetons de l'urne et on considère les évènements suivants :

A « les deux jetons tirés sont de même couleur »

B « le produit des deux numéros obtenus est égal à 4 »

Calculer $\text{card}(A)$, $\text{card}(B)$ et $\text{card}(A \cup B)$.

2) On tire maintenant successivement et sans remise trois jetons de l'urne et on considère les évènements suivants :

C « la somme des trois numéros obtenus est égale à 0 »

D « un jeton numéroté 0 apparaît pour la première fois au 2^{ème} tirage »

Calculer (C) , $card(D)$.

Exercice 9

On considère une urne contenant 11 jetons identiques :

6 jetons noirs numérotés : 1, 1, 2, 2, 2, 3

5 jetons blancs numérotés : 1, 2, 2, 3, 3

1) On tire simultanément et au hasard 3 jetons de l'urne.

Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants :

A « obtenir 3 jetons de même couleurs »

B « obtenir 2 jetons portant des numéros pairs »

C « obtenir au moins un jeton blanc »

2) On tire maintenant successivement et avec remise 3 jetons de l'urne

Calculer le cardinal de l'évènement suivant :

E « La somme des 3 numéros obtenus est égale à 4 »

Exercice 10

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux rouges portant le numéro 1 ; deux vertes portant le numéro 2 et une blanche portant le numéro 3.

1) On tire simultanément trois boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages possibles des évènements suivants

a) A « obtenir trois boules tricolores »

b) B « obtenir la boule blanche parmi les trois boules tirées »

c) C « la somme des numéros indiqués sur les trois boules est égale à 4 »

d) C « la somme des numéros indiqués sur les trois boules est égale à 5 »

e) C « la somme des numéros indiqués sur les trois boules est égale à 7 »

2) On tire maintenant les trois boules l'une après l'autre et en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. Déterminer le nombre de tirages possibles contenant une boule verte parmi les trois boules tirées.

Exercice 11

Une urne contient 10 jetons indiscernables au toucher :

5 noirs numérotés : 0, 1, 1, 1, 2

2 blancs numérotés : 0, 1

3 rouges numérotés 0, 1, 2

1) On tire simultanément et au hasard 3 jetons de l'urne

Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants :

A « obtenir 3 jetons de même couleur »

B « obtenir au moins un jeton noir »

C « le produit des numéros inscrits sur les 3 jetons est nulle »

2) On tire successivement et sans remise 3 jetons de l'urne.

Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants :

D « obtenir exactement deux jetons qui portent le numéro 2 »

E « la somme des numéros est strictement positive »

3) On tire maintenant successivement et avec remise 4 jetons de l'urne

Calculer le cardinal de l'évènement suivant :

F « obtenir exactement un jeton blanc »

Exercice 12

Une urne contient 9 boules : trois boules rouges numérotées -1, -1, 1 ; deux boules vertes numérotées -2, 2 et quatre boules blanches numérotées 1, -2, 2, 2 .

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1) On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne. Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants

A : « Avoir trois boules de même couleur »

B : « Avoir trois boules dont le produit des numéros est négatif »

C : « Avoir trois boules de même couleur et donnant un produit négatif »

D : « Avoir trois boules de même couleur ou donnant un produit négatif »

2) On tire maintenant 3 boules successivement et avec remise.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

E : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes »

F : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes dont la première est rouge »

G : « Avoir un produit négatif dont une seule parmi les trois boules est numérotée -2 »

Exercice 13

On jette un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 trois fois de suite.

1) Déterminer le nombre de tous les cas possibles

2) Calculer le cardinal de chacun des évènements suivants :

a) A « avoir trois nombres paires »

B « avoir trois nombres impaires »

C « avoir trois nombres de parité différente »

b) E « avoir exactement un 1 » E « avoir exactement un 2 et un 3 »